

# الإحصاء الوصفي

في العلوم النفسية والتربوية

دكتورة نادية محمد عبد السلام



مكتبة الأنجلو المصرية

# الأخصاء الوصفية

في العلوم النفسية والتربوية

دكتور  
ناديه محمد عبد السلام  
أستاذ مساعد علم النفس التعليمي  
كلية البنات — جامعة عين شمس



ابو هرة

إلى أبنائي ..

شـيرين ، أحمد ، عمرو

لعل أكون قد حققت لكم بعض ما تمنيت

1. The first part of the document is a list of the names of the members of the committee.

بسم الله الرحمن الرحيم

## مقدمة

أحد أهداف هذا الكتاب هو تقديم ومناقشة المقاييس الإحصائية الوصفية ، التي نحتاج إليها غالبا في البحث السيكولوجي . ومعرفة الاستخدام الأفضل لهذه المقاييس وكيفية تفسيرها لا تتم بدون معرفة معانيها وافتراساتها المحددة .

وعلى الرغم من أن الطرق الإحصائية لها مكانة هامة في الوقت الحاضر في البحث السيكولوجي ، إلا أن الإحصاء لا يمكن أن يعالج بيانات نتجت عن خطة بحث مزيلة . فلا يمكن لأي قدر من الإحصاء أن يحول بيانات رديئة إلى صورة مقبولة .

وغرض هذا الكتاب هو تعريف الطالب بالوسائل الإحصائية الشائعة الاستخدام . وتختلف البحوث النفسية في مدى حاجتها لاستخدام الأساليب الإحصائية المختلفة . فبعض البحوث قد لا تتطلب استخدام أساليب إحصائية ، والبعض الآخر يتضمن معالجات إحصائية بسيطة جدا ، بينما البعض الآخر يعتمد بشدة على أساليب الإحصاء المتقدمة . وأكثر مجالات علم النفس اعتمادا على الإحصاء هو القياس النفسي .

والأمل كبير في أن يحظى هذا الكتاب برضا القاري ، وأن يكون عوناً للدارسين والمهتمين بهذا الميدان .

والله ولي التوفيق

مكتورة

نادية محمد عبد السلام

1. The first part of the document is a list of the names of the persons who have been appointed to the various offices of the city of New York.

1. The first part of the document is a list of the names of the members of the committee.



1. The first part of the document is a list of the names of the persons who have been appointed to the various offices of the city of New York.





# محتويات الكتاب

الصفحة

الموضوع

تقديم

الفهرس

٢

١

## الفصل الأول

### القياس

معنى القياس ( ٥ ) — الغرض من القياس النفسى ( ٦ ) — طبيعة القياس النفسى ( ٦ ) — الثوابت والمتغيرات ( ٩ ) — مستويات القياس ( ١٠ ) — القياس الاسمى ( ١١ ) — القياس القرئى ( ١٢ ) — مقاييس المسافة ( ١٤ ) — مقاييس النسبة ( ١٦ ) .

## الفصل الثانى

### تبويب البيانات

مقدمة ( ١٩ ) — الاحصاء الوصى ( ١٩ ) — تبويب البيانات ووصفها ( ٢٠ ) — التوزيع التكرارى ( ٢٠ ) — خطوات تكوين جدول التوزيع التكرارى ( ٢١ ) — طرق كتابة الفئات ( ٢٢ ) — الحدود الحقيقية للفئات ( ٢٥ ) — منتصف الفئة ( ٢٥ ) — التوزيع التكرارى المتجمع للدرجات الخام ( ٢٦ ) — تمثيل التوزيع بالرسم ( ٢٧ ) — المضاع التكرارى ( ٢٨ ) — المدرج التكرارى ( ٢٨ ) — المدرج التكرارى ( ٢٩ ) — أى رسم افضل ( ٣٢ ) — شرح التوزيعات التكرارية ( ٣٣ ) — تمارين ( ٣٣ ) .

## الفصل الثالث

### مقاييس النزعة المركزية

المتوسط ( ٣٩ ) — المتوسط من الدرجات الخام ( ٤٠ ) — المتوسط من تكرار الدرجات ( ٤١ ) — المتوسط الحسابى للقيم المتجمعة فى جدول تكرارى ( ٤٢ ) — المتوسط الحسابى بالطريقة المختصرة ( ٤٤ ) — الخواص الاحصائية لمتوسط ( ٤٩ ) — فوائد المتوسط ( ٥٢ ) — المتوسط للوزنى ( ٥٣ ) — الوسيط ( ٥٦ ) — حساب الوسيط اذا كان عدد الدرجات فرديا ( ٥٧ ) — حساب الوسيط اذا كان عدد الدرجات زوجيا ( ٥٩ ) — حساب الوسيط من تكرار الدرجات ( ٥٩ ) — حساب الوسيط من فئات الدرجات ( ٦١ ) — الخواص الاحصائية للوسيط ( ٦٥ ) — فوائد الوسيط ( ٦٥ ) — المنوال ( ٦٦ ) — الاستخدام الاصطلاحي للمنوال ( ٦٧ ) — طرق حساب المنوال ( ٦٨ ) — حساب المنوال من تكرار الدرجات ( ٦٨ ) — حساب المنوال من فئات

للمتوسط (٦٩) — حساب المتوسط والمتوسط (٦٩) —  
للخواص الاحصائية للمتوال (٦٩) — انتقاء مقياس من مقاييس  
الترعة المركزية (٧٠) — تمارين (٧٣) .

### الفصل الرابع

#### مقاييس التشتت

مقدمة (٧٩) — المدى الكلي (٧٩) — الإرباعيات (٨١) — نصف المدى  
الانحراف الأرباعي (٨١) — الفوائد العملية للأرباعيات (٨٤) —  
المئينيات والإعشاريات (٨٤) — الخواص الاحصائية للمئينيات  
والإعشاريات (٨٦) — الفوائد العملية والتطبيقية للمئينيات  
والإعشاريات (٨٨) — الانحراف المعياري (٨٩) — طرق حساب  
الانحراف المعياري (٩٠) — « أ » من الدرجات الخام (٩٠) —  
« ب » من الدرجات التكرارية (٩٢) — « ج » حساب الانحراف  
المعياري لفئات الدرجات بالطريقة المختصرة (٩٣) — « د » حساب  
الانحراف المعياري بالطريقة العامة (٩٥) — التباين (٩٨) — مقارنة  
بين مقاييس التشتت (٩٩) — تمارين (١٠٠) .

### الفصل الخامس

#### للتحويلات

مقدمة (١٠٥) — التحويل الخطي (١٠٦) — التحويل غير الخطي  
(١٠٧) — الفرق بين التوزيعات النظرية والتجريبية (١١٠) —  
التوزيع الاعتدالي (١١٠) — أشكال التوزيع (١١٣) — الدرجات  
المعيارية (١١٥) — الدرجات المعيارية الخطية (١١٦) — الدرجات  
المعيارية المنقفة (١٢٣) — الدرجات اللغائية (١٢٣) — تحويلات  
المساحة ( ٢ ) — اللغائيات (١٢٥) — المعيار (١٣٨) .

### الفصل السادس

#### الارتباط

التباين القلازمي (١٣٣) — مفهوم الارتباط الخطي (١٣٥) — معنى  
الارتباط وأهميته (١٣٧) — نقط الانتشار (١٤٠) — أنواع التغير  
الاقتراضي (١٤١) — التغير الاقتراضي المتناهي (١٤١) — التغير  
الاقتراضي اللغائي (١٤١) — معامل الارتباط لبيرسون (١٤٢) —  
حساب الارتباط بالطريقة العامة (١٤٧) — التغير الاقتراضي  
اللغائي (١٤٩) — الارتباط اللغائي الأصلي (١٥٢) — معامل  
فاي (١٥٣) — معامل الارتباط الأرباعي (١٥٤) — مقدمة عن معامل  
ارتباط الرتب (١٥٦) — معامل لرتباط الرتب (١٥٧) — تفسير  
معامل الارتباط (١٦٢) — الخلاصة (١٦٤) — تمارين (١٦٦) .

# الفصل الأول

## القياس



## معنى القياس : —

يحدد القياس باصطلاحات مختلفة نوعا تبعا لاختلاف وجهات النظر .  
ويتضمن أى عدد من التحديدات المشابهة للقياس معانى مختلفة . عندما نعتبر  
لفظ قياس ، فنحن نربطه عادة بتحديد البعد ، المسعة ، المدى ، ... الخ .  
ويبدو أن التعريف الشائع للقياس هو التحديد الكمي للأشياء بالنسبة إلى  
قواعد معينة . فمثلا ، قياس طول الفرد هو تحديد المسافة بين قدمه وأعلى  
رأسه باستخدام المسطرة . وقياس نسبة ذكاء طفل هو التحديد الكمي بالنسبة  
لنمط استجابته لمجموعة معينة من المشاكل . كذلك قياس أرضية الغرفة هو  
تحديد طولها وعرضها وبالتالي ، مساحتها . وعندما تقيس الزمن ، نعبر عنه  
بوحدهاته المناسبة . وفي كل الحالات نعبر عن النتيجة كميا ، أى ، في صورة  
أعداد :

ومن ثم ، فإن القياس يحول الصفات التي نحركها إلى أشياء مألوفة ،  
يسهل تعلمها وهي « الأعداد » أو الأرقام . فمثلا ، معرفة كيف يستفيد عالم  
الفيزياء من معرفته أن الحديد ينصهر عند درجة حرارة مرتفعة . ويتضح  
أهمية الدور الذي يلعبه القياس في التعليم وأيضا في أى بحث اجتماعي أو  
سيكولوجي .

ويحدد ستيفنز ( 1951 ) Stevens القياس بقوله : « القياس بمفهومة  
الشائع ، هو التحديد العددي للأشياء أو الأحداث بالنسبة إلى قواعد »  
( ٣ : ١ ) .

والجزء اللام في تعريف ستيفنز هو « القاعدة » في أى حالة خاصة .  
والتحديد العددي ببساطة لا يجعل العملية كميا . فمثلا ، تحديد عدد فريق كرة  
القدم هذا قياس كمي على أحسن تقدير . وعلى ذلك ، فعند قاعدة القياس  
بحيث تكون عملية كمية — أى العملية التي تنتج في صورة أعداد ولها معنى  
كمي . وبالتالي سنقتصر لفظ قياس على الوصف الكمي .

والقياس عملية محايدة . وتعتمد قيمة الأحكام على الاحتياجات الفريدة



وأهداف الموثف . وفي أى موقف معين فإن كفاءة « الأداة » تحدد كفاءة القياس ويتضمن تعريف ستيغنز أيضا أنه إذا حددنا للقاعدة ، فإن قياس أى شيء سيكون ممكنا نظريا على الأقل . وتؤسس القواعد بصفة عامة على بعض الأسس المنطقية ، والتجريبية .

### الغرض من القياس النفسى :

يتضح مما سبق أن الغرض الأساسى للقياس هو الوصف الكمي . ونحن نهتم بدراسة وتقدير سلوك الانسان ، ويساعدنا القياس فى هذه الدراسة . ومن أغراض القياس الرئيسية ، تحديد الفروق بين الأفراد وذلك بمقارنة الفرد بغيره فى ناحية من النواحي النفسية أو المهنية ... وتحديد مركزه النسبى . أيضا ، تحديد الفروق داخل الفرد نفسه لمعرفة نواحي القوة والضعف بالنسبة لنفسه ، بمقارنة قدراته المختلفة معا . كذلك الفروق بين الجماعات وهذا يفيدنا فى دراسة سيكولوجية الجماعات وخصائص النمو . كذلك معرفة الفروق بين المهن المختلفة يفيد فى عملية الانتقاء المهنى وفى التوجيه المهنى وفى أعداد الفرد عموما للمهن .

### طبيعة القياس النفسى :

القياس النفسى عموما غير مباشر . أى أننا نقيس بالضبط الخواص السلوكية عن طريق الاستدلال أكثر من قياسنا له عن طريق الملاحظة المباشرة . نحن لا نستطيع أن نستخلص نسبة ذكاء الطفل مباشرة ، إنما نستدل على الذكاء من ملاحظات سلوكية منتقاه . وبالمطبع ، فإن السلوك الذى اخترنا ملاحظته يحدده مفهومنا للذكاء . ويقاس التحصيل ، الاستعدادات ، سمات الشخصية ، القدرات الخاصة ، ..... بطريق غير مباشر .

والقياس النفسى قياس نسبى وليس مطلقا ، فوحدات مقاييس التحصيل المدرسى ، الذكاء ، الاستعداد ، الدوافع ليست مبنية على مقياس له صفر مطلق ، كما هو الشأن فى قياس الوزن أو الارتفاع . وتعتمد معنى أو تفسير درجة الاختبار أو مقياس الأداء على علاقتها بمحك أو لبعض المحكات . وربما تعتمد المحكات أو لا تعتمد على أداء مجموعة معينة . فمثلا ، لتفرض أن درجة طالب

هي ٦٨٪ إجابة صحيحة على اختبار . بغض النظر عن أداء أي فرد آخر على الاختبار ، فإن الـ ٦٨٪ إجابة صحيحة لها معنى عندما ندرس الاختبار لتحديد فهم أو إدراك الطالب لأهداف Objectives متضمنة في محتوى الاختبار . وتذكر أن الاختبار هو محكي المرجع عندما تعني تفسير النتائج على أساس التفوق أو عدم التفوق لمجموعة أهداف يعكسها محتوى الاختبار .

أيضا نستطيع تفسير الأداء المقاس بمقارنته لدرجات مجموعة معينة أو محددة . ممكن أن نسال ، كيف تقارن هذه الدرجة مع متوسط الأداءات للفصل؟ مع كل الطلبة الذين أخذوا الاختبار ؟ مع كل الطلبة الذين أخذوا الاختبار ونسبة ذكائهم أعلى من ١٢٥ ؟

هنا سنستخدمنا المعلومة الإضافية بالنسبة للمجموعات المقارنة لتفسير الدرجة . وعندما نستخدم هذا الاتجاه ، فإن القياس يكون نسبيا أي جماعي المرجع — ويستخدم هذا النوع من التفسير بكثرة . مع ذلك ، يجب أن نعترف أن الدرجة يكون لها بعض المعنى عندما تكون محكية المرجع . ويتم أحيانا تفسير كثير من الاختبارات باستخدام كل من الاستدلال المحكي والجماعي المرجع .

ويتضمن القياس ، حتى في العلوم الطبيعية ، نسبة من الخطأ . وتحدث الأخطاء بطرق عديدة ، مثل الخطأ في الملاحظة ، أو الخطأ الملازم في أداة القياس . للعالم السلوكي ، في إنجازة لبحثه ، يعالج متغيرات البحث لغرض الملاحظة وقياس التغير في الاستجابات . وللحصول على هذه القياسات ، فإن الباحث يجب أن يحدد وحدة مناسبة من القياس تناسب بيانات البحث التي وصل إليها . ويضطر للباحث في أثناء للبحث والقياس ، أن يستخدم عينات صغيرة

نسبيا ، وتحدث أخطاء القياس بسبب :

١ - أخطاء العينة .

٢ - أخطاء الصدفة أو الأداة .

٣ - أخطاء ثابتة مثل التعب ، الفشل ، الاجراء ( أو التطبيق )  
الخطأ .

مع ذلك ، فإنه من الحماسة أن ندافع عن عدم استمرارية القياس النفسي بسبب الخطأ الموجود . بدلا من ذلك ، نحاول أن نحدد الأسباب ومدى الخطأ ، وفي بعض المواقف ، ربما نستطيع حذف جزء منه على الأقل .

نستخلص مما سبق ، أربع خواص للقياس النفسي هي :

#### ١ - القياس النفسي قياس غير مباشر :

حيث أننا نقيس ما يسمى بتكوينات قرضية أو أمور لا يمكن قياسها مباشرة كما نقيس بعض الأمور المادية .

#### ٢ - القياس النفسي قياس كمي لبعد من أبعاد السلوك :

وذلك كتقدير درجات تعبير عن مستوى التلاميذ في التحصيل أو الذكاء أو مهارة معينة . فالتقدير الكمي شرط ضروري .

#### ٣ - القياس النفسي قياس نسبي وليس مطلقا :

وذلك لأن درجة صعوبة أو سهولة أي اختبار تختلف عن غيره من الاختبارات ، حيث أن لكل اختبار ما يسمى بأرضية الاختبار ، وهذا الحد الأدنى ، وما يسمى بمستف الاختبار وهو أقصى حد يصل إليه الاختبار . أي أنه لا يوجد ما يسمى بالصفر المطلق المعروف في القياس للمادى . كذلك تفسر الدرجة التي يحصل عليها الفرد في أي اختبار عتلى ، بمقارنتها بالمعايير المستمدة من الجماعة التي ينتمي إليها هذا الفرد .

#### ٤ - يوجد عنصر من الخطأ دائما :

رأينا مما سبق ، أن القياس يحدد بأنه الوصف الكمي لسلوك الإنسان . ولكي نشرح بدقة هذا السلوك ، يلزم أن يكون لدينا بعض المفاهيم الاحصائية الأساسية .

سوف نعرض في هذا الفصل هذه المفاهيم الاحصائية الأساسية .

## Constants and Variables

## الثوابت والمتغيرات :

مفهوم الظواهر Phenomena والموضوعات Subjects في القياس السيكولوجي له خواص إما أن تكون ثابتة أو متغيرة بالنسبة للمجموعة تحت الدراسة . فإذا كانت الخاصية هي نفسها لكل المختبرين فإنا نقول أنها ثابتة Constant . فمثلا ، يعتبر السن ثابتا إذا كان العالم السيكولوجي يدرس زمن الرجوع لعمر ١٨ سنة فقط . والمستوى الدراسي يعتبر ثابتا إذا كان المدرس يقيس أداء العلوم لمرحلة الصف الخامس مثلا . ممكن إعطاء أي عدد من الأمثلة ، وفي معظم مواقف القياس ، توجد خاصية أو أكثر ثابتة .

والتغير هو خاصية ممكن أن تتخذ على قيم مختلفة لمختبرين مختلفين . ففي المثال السابق ، ليس من المعقول أن كل الأفراد الذين في عمر الـ ١٨ سنة لهم نفس زمن الرجوع . لذلك ، فإن زمن الرجوع يكون متغيرا Variable . وفي المثال الثاني ، توجد فروق في درجات أداء العلوم لمجموعة الصف الخامس بدون شك ، وهذا يجعل أداء العلوم متغيرا . أيضا ، فإن أي موقف ممكن أن يشمل متغيرا أو أكثر من متغير . وتختص المتغيرات بالأفراد والأشياء مثل ، الوزن ، العمر ، زمن الرجوع ، طاقة الأفكار ، سرعة القراءة ، عدد أطفال الأسرة ، عدد التلاميذ .

وعندما توجد علاقة بين متغيرين اثنين ، فإنه يطلق عليهما المتغيرات المستقلة والتابعة . ويؤثر المتغير المستقل على المتغير التابع . ونرى هذا غالبا في الأبحاث التجريبية .

وتصنف المتغيرات المستقلة غالبا إلى عدة مستويات . فمثلا ، متغير المعالجة ممكن تصنيفه إلى عدد من المراحل ( ك ) المختلفة ، أو مستويات عمر مختلفة ( ن ) . حيث تدل الحروف ك ، ن على أعداد من ٢ أو أكثر .

وتسمى المتغيرات بأسماء وصفية أخرى . فمثلا ، نتحدث أحيانا عن المتغيرات التنظيمية Organismic Variables وهي متغيرات ترتبط بالنظام موضع الدراسة مثل السن والجنس . المتغيرات البيئية والمتغيرات التعليمية

Instructional Variables هي أمثلة أخرى وصفية • عموماً ، نحن نهتم في القياس بالتغيرات ، لكن معرفة الثوابت مهمة أيضاً للتفسير الدقيق للموقف (١٢ : ٣) .

وتحدد المتغيرات كمتغيرات منفصلة أو متصلة • فالمتغير المنفصل هو المتغير الذي تؤخذ قياساته على قيم منفصلة فقط ، مثل عدد الأفراد • أي أنه المتغير الذي يقدر فقط قيماً محددة في مدى القياس •

لها المتغير المتصل ، نظرياً ، هو المتغير الذي تؤخذ قياساته على أي قيمة داخل مدى معين • أي أنه يأخذ أي قيم في مدى القياس • ومن أمثلة المتغيرات المتصلة ، متغير الوزن ، العمر ، وزمن الرجوع • وحيث أنه من غير الممكن عملياً أن يكون لدينا مقياس له عدد لانهائي من التدرجات ، فإن التمييز الهام يكون في الاتصال النظري للمتغير • فمثلاً ، نحن نعتبر الذكاء على أنه متغير متصل ولو أن قياساتنا تحدد عدداً محدوداً فقط من النقاط على المقياس •

#### مستويات القياس :

يوضح النحس السريع للقياس في علم النفس أن كل مستويات القياس ليست متماثلة • فهناك مقاييس مختلفة متضمنة في الأنواع المختلفة من القياس • ويجب أن يؤخذ في الاعتبار ، بالطبع ، العمليات أو الحسابات التي تتم على الأعداد ، وبالتالي التفسيرات التي نصل إليها • فمثلاً ، هل قياس الاستعداد له نفس مستوى الاجراء مثل قياس الوزن ؟ هل قياس القلق يتضمن نفس العمليات لقياس الذكاء ؟

وتصنف قواعد القياس بالنسبة لمقدار ونوع المعلومة المستمدة من الترتيم العددي بواسطة قاعدة خاصة • وهناك نظم للتصنيف ، أحدها للتصنيف الذي قدمه ستيفنز عام ١٩٤٦ وانتشر استخدامه • وتصنف قواعد القياس في نظام ستيفنز إلى أربع مستويات هي : الاسمي ، الترتيبي ، المسافة ، والنسبة ( ٥ : ٢ ) .

## Nominal Measurement

## القياس الاسمي :

مصطلح القياس الاسمي هو أسلوب أو طريقة في التقسيمية . وعلى ذلك فإن القياس الاسمي ( هو اعطاء اسم أو أسماء ) ويندر أن يطلق عليها قياس ويستخدم المقياس الاسمي أساسا لفرض التحديد ، ولا يتم معه أي عمليات حسابية ، مثل الجمع ، الطرح ، .. وبعبارة أخرى ، تصنف الملاحظات ببساطة في فئات ولا توجد بالضرورة علاقة بين الفئات .

يمكن اعطاء الموضوع ١ الرقم ١ والموضوع ب الرقم ٢ حيث أن ١ ، ب يختلفان بالنسبة للصفة المقاسة . ولا يتبع هذا بالضرورة أن ب له صفة أكثر من الموضوع ١ .

أيضا يستخدم المقياس الاسمي للتصنيف البسيط حيث لا يهتم بالفروق في الدرجة ، مثل تصنيف البيانات في فئتين فقط كما هو في توزيع كاي<sup>٢</sup> .  
التصنيف الى مؤنث ، مذكر ، كذلك التصنيف بالنسبة الى لون العينين .  
تصنيف آخر ، بالنسبة الى : الطبقة العليا ، الوسطى ، أو السفلى . أو تصنيف اجابة الأفراد على سؤال في المقابلة الشخصية نعم أو لا أو غير متأكد .

لتفرض مثلا ، أن الباحث يهتم بمعرفة عدد التلاميذ المسرورين وغير المسرورين . فإذا تمت مقابلة شخصية وتحديث لكل طفل وصنف إما الى طفل مسرور أو غير مسرور، فإن مثل هذا التصنيف يمثل مقياسا اسميا Nominal Scale ولا يتضمن هنا أي علاقة رياضية بين المسرور وعدم المسرور . فهم ببساطة مجموعتان أو فئتان مختلفتان .

وعندما يقسم المتغير المستقل لدراسة ما ، الى مستويين ( الى معالجتين مختلفتين ) فإن المتغير المستقل يعتبر متغيرا لاسميا حيث أننا نقارن ظروفنا منفصلة . مثال آخر ، اذا قسمت درجات نسبة الذكاء الى الأعلى والأقل ، فهذا يصنف نسبة الذكاء كمتغير اسمي في فئتين . وبينما يدل الأعلى والأقل على الرتبة ويمكن اعتباره ترقيا ، إلا أنهم يعاملون ببساطة كأسماء فئات وبالتالي يختصون بالبيانات الاسمية .

وتستخدم المقاييس الثلاثة الباقية للقياس خواص إضافية للأرقام وهي :  
جمع الأرقام وقسمتها ، وترتيب الأرقام بالنسبة لحجمها .

### القياس الترتيبي : Ordinal Measurement

القياس الثاني في الترتيب الهرمي لستيفنز هو القياس الترتيبي .  
ومصطلح الترتيبي هو أسلوب أو طريقة في الترتيب . بطريقة أخرى ، القياس  
الترتيبي هو ترتيب الأشياء في رتب ، بتصنيفهم بالنسبة إلى أعلى من أو أقل  
من وعندها تكون عدد الأشياء اثنين ، فإن التمييز بين القياس الاسمي والقياس  
الترتيبي يكون تمييزا تصفيا . وكما ذكر سابقا ، فإن مثل هذه الحالات  
سوف تعتبر قياسا اسميا .

وانترتيب لما أن يكون من الأقل إلى الأعلى ، أو من الأعلى إلى الأقل  
وتعطي لكل درجة رقم بالنسبة لوضعها ، بمعنى ، الدرجة الأعلى تأخذ للرتبة ١ ،  
التالي ٢ ، ... وهكذا . وفي حالة وجود درجتين أو أكثر لهما نفس الوضع  
يؤخذ متوسط الرتب .

مثال : الدرجات : ٢٢ ، ١٨ ، ١٨ ، ١٥ ، ١٣

الرتبة : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥

مثال : الدرجات : ٩١ ، ٨٨ ، ٨٥ ، ٨٥ ، ٨١ ، ٧٨

الرتبة : ١ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٧

ويمتاز الترتيب بأنه سهل ، مفهوم تماما بسبب شيوع استخدامه ،  
ويمكن تحديد الرتب المثينة .

أما عن عيوبه فهو لا يأخذ في الاعتبار حجم المجموعة ، بمعنى الرتبة ١٠ من  
١٠ تكون مختلفة تماما عن الرتبة ١٠ من ١٠٠ . ولا يصلح إلا مع المجموعات  
الصغيرة ، ولا يمكن إجراء المقارنة إلا إذا ظلت المجموعة هي نفسها فقط .

وعلى ذلك فإن مقياس الرتبة يستخدم في تحديد الأوضاع النسبية أو

رتب الأفراد بالنسبة لدرجاتهم على الاختيار . نفرض أن الباحث في المثال السابق ، اختبر كل طفل في الفصل ثم رتبه بالنسبة للسرور . هو حدد الآن مقدار سعادة الطفل بالنسبة لرتبته . وعندما يحدد رتبة الأشياء . فإن الباحث يكون قد حصل على مقياس رتبه . وعلى ذلك يتم القياس الترتيبي عندما يستطيع الشخص أن يستخلص درجات مختلفة للصفة في الموضوعات . فإذا كان الرقم المعطى للموضوع ( أ ) أكبر من الرقم المعطى للموضوع ( ب ) ، فإن الموضوع ( أ ) لديه الخاصية أكثر عن الموضوع ( ب ) .

ولا يتضمن استخدام مقاييس للرتبة مسافات متساوية بين القيم المتتالية .

نفرض مثلا ، أننا نريد ترتيب أربع طالبات بالنسبة للجمال ( من الأقل جمالا لأكثر جمالا ) ، يمكننا ترتيبهم كالآتي :

الدرجة	الأشخاص
١	أ
٢	ب
٣	ج
٤	د

ولا نستطيع أن نحكم بأن الفرق بين مقدار الجمال الذي تملكه أ ب يكون أكبر أو أقل عن الفرق بين مقدار الجمال لدى ج د . ولذلك لا يوجد معنى أو أهمية تلحق بالتول أن الفرق بين درجات د ج هي نفس المسافة بين درجات ب أ . إنما تمثل الأرقام في القياس الترتيبي ، اختزالا في المحهود لتوضيح المعلومة ، بدلا من ذكر أن الطالبة د كانت أكثر من جمالا وأن ج تليها ، وأن أ أقل من جمالا .

فالترتيب أو للرتبة لا يعطينا تقديرا لحجم الفروق الموجودة . إنما يوضح الأعداد المحددة على مقياس ترتيبي وضع نسبي فقط بالنسبة إلى الرتبة .



ولكى نوضح هذه النقطة أكثر نفرض أن لدينا نسب ذكاء ثلاث تلاميذ وكان ترتيبهم كالتى :

الطالب	درجة نسبة الذكاء	الفرق في نسبة الذكاء	الرتبة	الفرق في الرتبة
أ	١٤٨		١	
ب	١٣٠	١٨	٢	١
ج	٩٠	٤٠	٣	١

نجد أن الفرق في الرتبة بين الطالب أ ، ب وبين ب ، ج = ١ في كلتا الحالتين . بينما الفرق في درجة نسبة الذكاء بين أ ، ب = ١٨ بينما الفرق في درجة نسبة الذكاء بين ب ، ج = ٤٠ .

نستخلص مما سبق ، أن مقياس الرتبة ( أو القياس الترتيبي ) يعطى معلومة عن الرتبة . وعن أمثلة مقاييس الرتبة : المتوسط ، الترتيب المتينفـة Percentile ranks أو المئينيات ، المستويات : مثل أعلى من المتوسط ، متوسط ، أو أقل من المتوسط ، الترتيب مثل الأول ، الثانى ، الثالث ... ومقاييس أخرى تدل على الترتيب .

#### مقاييس المسافة : Interval Measurement

لا تدلنا مقاييس المسافة على رتبة الأشياء فقط ، إنما تدلنا أيضا على المسافة بين الأحكام أو الآراء Judgments . أى أن الفرق بين الأرقام يكون ذا معنى . إذا وجد بالإضافة الى الترتيب ، وحدات متساوية ، فإنه يكون لدينا مقياس مسافة .

فمثلا ، إذا حصل طالب على الدرجة ٩٥ في اختبار ما ، بينما حصل آخر على الدرجة ٨٥ ، فهذا لا يعنى أن الأول أدلؤه أفضل عن الثانى فقط ، إنما يعنى أن أداءه أفضل منه بعشر درجات . وهكذا ، فإنه على مقياس المسافة فإن المسافة لنقط عديدة تعتبر ثباتا نسبيا عند أى نقطة على المقياس . ويتضمن مقياس المسافة ، درجة الحرارة ، درجة نسبة الذكاء ( I.Q. ) . ومستويات

النجاح أو الأداء . وكلها لها مسافات متساوية بين القيم المتتابعة . أى أن ، الفرق مثلا في درجة الحرارة بين ٢٠ ، ٢٥ هو نفس القيمة مثل الفرق بين الدرجة ٣٠ ، ٣٥ . ويدل الفرق المساوى لخمس نقط في نسبة الذكاء على فرق مماثل في القدرة العقلية سواء كان المدى هو الفرق من ٩٠ — ٩٥ أو من ١٤٠ — ١٤٥ . كذلك لفرق بين درجة فردين ٣٥ ، ٤٠ على سمة ما ، هو نفس الفرق بين درجة فردين آخرين ٤٨ ، ٥٣ على نفس السمة .

أى أن مقياس المسافة يتضمن اعطاء رقم ( أو تحديد ) لموضوع أو لشيء ما وهذا يساوى عدد وحدات القياس المساوية لمقدار الخاصية الموجودة . فمثلا ، درجة حرارة قضيب معدن معين هي ٨٦ مئوية . كذلك ، فإن الفروق المتساوية في الأرقام تقابل فروقا متساوية في مقادير الخاصية المقاسة . أى أن هذا النوع من المقياس ، يصمم لقياس المسافات المتساوية بين نقطتين محددين . وتتم عمليات جمع وطرح المسافات مثلما تتم في حالة المقادير أو الكميات ولا يوجد صفر مطلق بالنسبة لمقياس المسافة كما هو موجود بالنسبة للمسطرة أو الترمومتر . وهذه هي السمة الهامة التي تميز مقياس المسافة عن مقياس النسبة كما سنرى فيما بعد . وهذا يعنى أن أى شيء قياسه يساوى صفر لا يفتقر بالضرورة للصفة المقاسة . ومن ثم فإن الماء عند درجة حرارة صفر مئوى لا يعنى مطلقا أنه بدون حرارة . أى أن نقطة الصفر على مقياس المسافة هو شيء عرفي ولا يدل على غياب أو عدم وجود الصفة المقاسة .

وتعتبر الاختبارات ومقاييس التقدير Rating scales مقاييس مسافة . وتعتبر الوحدة على مقياس التقدير أو الاختبار مساوية في الحجم لأى وحدة أخرى . بالإضافة الى ذلك ، فإنه في حالة الاختبارات ، تحول الدرجات الخام الى درجات معيارية لتأكيد خواص مقياس المسافة . وكما سنرى فيما بعد ، فإن معظم القياس السلوكي يعتبر قياس مسافة بطبيعتها .

أيضا ترقيم السنوات هو مقياس مسافة . فمثلا ، ١٩٣١ تكون أكثر حداثة عن أى سنة أخرى لها رقم أصغر . وللزمن بين ١٧٧٦ ، ١٧٨٠ يساوى الزمن بين ١٩٢٠ ، ١٩٢٤ . والمقاييس الإحصائية مثل المتوسط الحسابي ، الانحراف المعياري والدرجات المعيارية ، مقياس « ت » ومعامل ارتباط العزوم هي أمثلة لمقاييس المسافة .

## Ratio Scales

## مقياس النسبة :

المقياس الأخير في التنظيم الهرمي لستيفنز ، هو مقياس النسبة . ومقياس النسبة له كل خواص مقياس المسافة بالإضافة الى نقطة الصفر المطلق . وهذه هي نقطة اختلافه عن مقياس المسافة ، حيث أن نقطة الصفر تدل على عدم وجود الصفة المقاسة تماما . وتوضح وحدة القياس في هذا المقياس مقدار الخاصية والفروق المتساوية لها الموجودة في الأشياء المقاسة . وحيث أن نقطة الصفر هنا ليست تصفية لكنها مطلقة ، فأننا نذكر مثلا أن له ضعف أو ثلاثة أو أربعة أضعاف الخاصية عن ب .

فمثلا ، مقارمة ٩ أوم تكون ٣ أضعاف مقاومة من ٣ أوم . الطول والوزن أمثلة لمقاييس النسبة . الطول يساوي صفر يعني أنه لا يوجد طول على الإطلاق . الشخص الذي طوله ١٦٠ سم يساوي ضعف طول الولد الذي طوله ٨٠ سم . وسمى المقياس بمقياس النسبة لأن نسب الأرقام على مقياس النسبة تكون لها معنى .

أي أن مقياس النسبة يزودنا بالمطومة التي في مقياس المسافة بالإضافة الى معلومة متعلقة بالمقدار المطلق لقياس الخاصية . فمثلا ، لو كانت أوزان ٣ أفراد كالآتي : ٦٠ كجم ، ٥٠ كجم ، ٣٠ كجم . فإن هذه الأرقام تدل على أن الثلاثة ليسوا متساوين في الوزن ( معلومة إسمية ) . وأن الأول أزيد وزنا عن الثاني والثاني أزيد وزنا عن الثالث ( معلومة ترتيبية ) . والفرق في الوزن بين الأول والثاني هو ١٠ كجم أقل من الفرق بين الثاني والثالث ( معلومة مسافة ) .

ويستخدم هذا النوع من القياس بكثرة وبصفة عامة في القياسات الطبيعية عنه في القياس النفسي . فمقاييس الطول ، الوزن ، الزمن ، .... لها نقطة الصفر المطلق . بينما القشرة العقلية ، الاتجاهات ، الاستعداد ، ومقاييس الأشخاص ليس لها صفر مطلق . وعلى ذلك ، فإن معظم القياس في العلوم السلوكية والبحث التربوي يتم بالنسبة لقواعد القياس الاسمي ، للرتبة ، والمسافة .

## الفصل الثاني

### تبويب البيانات



### مقدمة :

إن الغرض من تنظيم البيانات هو تسهيل عملية التحليل . ويمكن أن يعبر عن البيانات التي يحصل عليها بطريقتين : وصفيا وكميا . وترتبط أنطريقة الوصفية بالدراسات التاريخية ، ومع ذلك ، فإن بعض الدراسات الوصفية يمكنها التعبير عن البيانات جزئيا أو كليا في كلمات أكثر من التعبير عنها عدديا .

ويتعلق البحث الوصفي بتحديد العوامل مثل : الوضع الحالي ، اتجاهات المجموعة ، الأنشطة ، العلاقات التي توجد بين الظاهرة . ويلاحظ أنه في أي دراسة وصفية فإنه لا بد أن تتضمن البيانات الوصفية تنظيما لائقا ( أو مناسبيا ) :

١ — البيانات المعدة لعينة البحث .

٢ — وضع الأحداث في تقابيع للوقت المناسب .

بينما توصف ( أو تشرح ) تنظيم للبيانات في الصورة الوصفية بصفة عامة ، فإن البيانات العددية تخضع لعمليات التحليل الحسابي ، ولذلك فإن تنظيم المادة المعبر عنها كميا هو موضوع تنظيم البيانات .

ويسمى تنظيم البيانات أعرض العرض بالاحصاء الوصفي .

### الاحصاء الوصفي :

تهتم الطرق الاحصائية بتقليل البيانات — سواء الكبيرة أو الصغيرة — إلى عدد من الاصطلاحات الوصفية الملائمة ، ثم استخلاص الاستدلالات من ذلك . وتجمع البيانات بأي طريقة من الطرق المعهدة للبحث ( الطريقة التجريبية ، الاكلينيكية طريقة الملاحظة ... ) بمساعدة وسائل القياس المناسبة لموضوع البحث .

واختزال البيانات لعدد قليل من المقاييس الوصفية هو الجزء الخاص بالتحليل الاحصائي والذي سيؤدي إلى فهم أعم وأفضل لكل البيانات .

### تجويب البيانات ووصفها :

عندما نحصل على مجموعة من البيانات ، فإن الخطوة الأولى هي تصنيف هذه البيانات أو تجويبها . فمثلا ، إذا كنا يصدد معرفة عدد أطفال كل أسرة ، فإن التجويب يكون كالآتي : عدد الأسر التي لها طفل واحد . عدد الأسر التي لها طفلان ، ٠٠٠ الخ . أو إذا أردنا تصنيف عينة من ١٠٠٠ شخص مثلا بالنسبة للجنسية ، أو إذا أردنا تصنيفهم بالنسبة الى لون العين ، أو بالنسبة لأوزانهم المختلفة في كل هذه المواقف ، فإننا نصنف بالنسبة الى الصفات المعطاه ، وسوف يوضح التجويب الفاتح فروقا واضحة من سمة لأخرى . وتطلق على صفة مثل : الجنسية أو لون العين على أنها صفة غير مرتبة ومتقطعة . فمثلا لا يوجد فرق في التجويب إذا كتبنا الجنسية المصرية قبل السودانية .

أيضا عدد أطفال كل أسرة صفة متقطعة لكن يمكن ترتيبها من العدد الأقل الى الأعلى . أيضا صفة مثل الطول يمكن ترتيبها ، لكنه يطلق عليها صفة متصلة لأنه يوجد عدد لا نهائي من القيم في المسافات بين قيم الأطوال المختلفة . ويطلق عليها أحيانا بالسلسلة المدرجة Graduated وبالطبع ، فإن السلسلة المتقطعة لا تسمح بهذه القيم البينية . فمثلا ، لا توجد أسرة لديها  $2\frac{1}{2}$  طفل .

## التوزيع التكرارى

هو وسيلة لتصنيف البيانات التي سبق جمعها . فهدف التوزيع التكرارى إذن ترتيب البيانات وتقسيمها تقسيما يسهل ادراك ما بينها من علاقات ، ويوضح صفاتها ودلالاتها . ويعتمد التوزيع التكرارى في جوهره على حساب مرات تكرار الأعداد . فمثلا مرات تكرار كل عدد من الأعداد التالية :

١ ، ٤ ، ١ ، ٣ ، ٣ ، ٤ ، ٣ ، ٣ ، ٣ ، ٣

الدرجة ( س )	للتكرار ( ك )	ك × س
١	٢	٢
٣	٤	١٢
٤	٣	١٢

وإذا أردنا معرفة مجموع الدرجات ، فافننا فنضرب كل درجة في مرات تكرارها ( ك × س ) كما هو واضح في العمود الثالث . هذا في حالة إذا كان المدى ( أى الفرق بين أعلى درجة وأقل درجة ) الذى تتراوح فيه الدرجات صغيرة . فمن السهل أن نكتب الأعداد مرتبة ترتيبا تصاعديا ثم نحسب تكرار كل درجة كما سبق أن وضعنا . أما إذا زاد الفرق بين أكبر درجة وأقل درجة ( مثلا أعلى درجة ٩٠ وأقل درجة ٤٠ ) ، فيجب أن تجمع هذه الدرجات في فئات تحتويها جميعها ونرصدها في صورة موجزة بسيطة . والتوزيع التكرارى يؤدي هذه المهمة . فهو ينظم ويصنف هذه البيانات ويزودنا بأساس للتحليل الاحصائى المتصل . أيضا يحدد التوزيع التكرارى القزعة المركزية والتشتت .

### خطوات تكوين جدول التوزيع التكرارى : —

#### ١ — اختيار مدى الفئة :

لتحديد الفئات ينبغى أن نحدد أولا الحدين الأدنى والأعلى للقيم المعطاة . فمثلا ، إذا كانت أقل قيمة هي الدرجة ٤٠ وأكبر قيمة هي ٩٠ ، فإن المدى الكلى = ٥٠ درجة .

ويمكننا أن نقسم هذا المدى الكلى الى عدد معين من الفئات . والباحث حر في اختياره لمدى الفئة . فقد يختار مدى الفئة ( أو طول الفئة ) يساوى ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١٠ ، ٠٠٠ . لنما ينبغى أن يكون عدد الفئات مناسبا . فمثلا ، لا يقسم هذا المدى الى فئتين أو ثلاث أو العكس ( أى يقسم الى عدد كبير من الفئات ) حتى لا يضيع على الباحث الفوائد التى يمكن أن يجنيها من هذا التصنيف .

ب — يحسب تكرار كل فئة ( ك ) ومجموع التكرارات يجب أن تساوى عدد الأفران ( ن ) .

ويطلق على تبويب البيانات بمثل هذه الطريقة بجدول التوزيع التكرارى .



### طرق كتابة الفئات :

هناك عدة طرق لكتابة الفئات نذكر منها اثنين : —

١ — تبدأ الفئة بقيمة محددة وتنتهى بأقل من قيمة محددة فنقول مثلا من ٣٥ الى أقل من ٤٥ ، ٤٥ الى أقل من ٥٥ وهكذا . ويمكن اختصارها كالآتي :

...٣٥

...٤٥

...٥٥ وهكذا

فهذا الوضع يدل على ان الفئة الاولى تبدأ بالدرجة ٣٥ وتنتهى قبل القيمة ٤٥ . والثانية تبدأ من ٤٥ وتنتهى قبل القيمة ٥٥ . وهكذا . ويمكن ان تبدأ للتوزيع بدرجة أقل من اصغر قيمة ( وهى هنا ٣٥ ) مثل ٣٠ او ٣١ او ... المهم اننا لا نبدأ أول فئة في الجدول التكرارى بدرجة ازيد من أقل درجة . مثلا نبدأ من الدرجة ٣٦ ، فتكون بالتالى قد اعملنا الطالب او الطالبة الذين حصلوا على الدرجة ٣٥ .

### ٢ — الطريقة الثانية :

نحفل كلا من بداية ونهاية الفئة ضمن الفئة كالآتي : —

٣٥ — ٤٥

٤٥ — ٥٤

٥٥ — ٦٤ وهكذا ..

وهذه الطريقة تصلح في التقييم المتقطعة التى لا يوجد فيها اتصال بين للوحدات الصحيحة . أما في التقييم المتصلة فاننا نضائف صعوبة في تحديد فئة التقييم التى بين ٤٤ ، ٤٥ لو التى بين ٥٤ ، ٥٥ حيث ان المسافات البيئية تحول دون الاستمرار الصحيح لتسلسل للفئات بالاضافة الى صعوبة التمثيل بالرسم البياني . وللتغلب على هذه الصعوبة نحاول ان نحمل نهاية

للفئة الأولى هي بدء الفئة الثانية وذلك بتصنيف المسافة التي قطع بين نهاية فئة ، وبدء الفئة التي تليها .

مثال ( ١ ) :

طبق لاختيار على عينة مكونة من ٨٠ فردا وكانت درجاتهم كالتالي :

٦٨ — ٣٥ — ٧٦ — ٦٦ — ٤٩ — ٧١ — ٦٢ — ٧٧ — ٦١ — ٥٥ —  
٧٨ — ٧٥ — ٧٨ — ٧٦ — ٦٥ — ٦٣ — ٩٨ — ٨٣ — ٩٤ — ٩١ —  
٦٢ — ٥١ — ٤١ — ٦٢ — ٩٣ — ٥٠ — ٤٦ — ٨٥ — ٧٨ — ٦٩ —  
٧١ — ٥٦ — ٨٥ — ٩٧ — ٨٠ — ٨٣ — ٨٨ — ٧٢ — ٥٤ — ٥٤ —  
٧٦ — ٧٥ — ٨٣ — ٩٧ — ٦٦ — ٧٤ — ٨٠ — ٩٢ — ٣٨ — ٩٦ —  
٩٤ — ٦٩ — ٤٥ — ٥٠ — ٧٠ — ٧٨ — ٦٧ — ٨١ — ٨٢ — ٥٨ —  
٩٩ — ٧١ — ٨٦ — ٨٤ — ٤٥ — ٦٦ — ٨١ — ٨٥ — ٨٩ — ٣٩ —  
٥٤ — ٦٦ — ٥٣ — ٥٧ — ٣٦ — ٤٠ — ٧٤ — ٧٦ — ٩٠ — ٤٩ —

والمطلوب تصنيف هذه القيم في مجموعات .

الحل :

هذه الدرجات في وضعها هذا لا يمكن ان يفيد الباحث في إعطائه فكرة واضحة عن هذه المجموعة ، ولذلك فانه من الطبيعي ان يفرغ هذه البيانات في جدول ، اي يصنف هذه القيم الى ٨٠ في مجموعات .

المدى الكلي = ٩٩ — ٣٥ = ٦٤ .

الترددات ( ف )	التكرار ( ك )
٣١ —	٥
٤١ —	٨
٥١ —	٩
٦١ —	١٤
٧١ —	١٩
٨١ —	١٥
٩١ —	١٠

مسائل (٢) :

طبق اختبار في النصاب على ٩٢ طالبا وكانت درجاتهم كالآتي :

٨٧ — ٦٢ — ٧٩ — ٥٢ — ٦٦ — ٧٦ — ٩٧ — ٨٣ — ٦٩ — ٥٧ —  
 ٧٢ — ٨٥ — ٩٣ — ٧٥ — ٦٥ — ٨٤ — ٤٧ — ٨٧ — ٧٠ — ٨٩ —  
 ٧١ — ٦٠ — ٨٠ — ٩١ — ٧٥ — ٥٥ — ٧٣ — ٧٩ — ٨٠ — ٩٦ —  
 ٦٩ — ٩٠ — ٥٨ — ٦٨ — ٩٢ — ٦١ — ٧٥ — ٨٥ — ٦٠ — ٨٠ —  
 ٥٤ — ٥١ — ٨٢ — ٩٥ — ٧٠ — ٩١ — ٦٢ — ٦٩ — ٧٦ — ٦٤ —  
 ٨٦ — ٦٠ — ٦٧ — ٧٤ — ٨٣ — ٧٠ — ٥٧ — ٧٧ — ٦٠ — ٦٦ —  
 ٧٢ — ٦٠ — ٧٧ — ٨٠ — ٦٤ — ٨٤ — ٧٧ — ٨٤ — ٧٢ — ٧٥ —  
 ٧٨ — ٨٠ — ٦٢ — ٨٧ — ٧٨ — ٧٣ — ٧٦ — ٨٧ — ٧٣ — ٨٥ —  
 ٨١ — ٧٦ — ٧٨ — ٧١ — ٨١ — ٧٢ — ٧٥ — ٦١ — ٨٣ — ٨٠ —  
 ٩٠ — ٨١

الحل :

المدى الكلى = ٩٧ — ٤٧ = ٥٠ .

الترددات (ف)	التكرار (ك)
٤٦ —	١
٥١ —	٤
٥٦ —	٧
٦١ —	٨
٦٦ —	١٠
٧١ —	١٥
٧٦ —	١٨
٨١ —	١٣
٨٦ —	٩
٩١ —	٥
٩٦ —	٢

### الحدود الحقيقية للفئات :

رأينا سابقا أن هناك نوعين من سلسلة المتغيرات : المتقطعة والمتصلة .  
والمتغيرات في السلسلة المتقطعة وحداتها مميزة ، والفراغات محددة بين القيم  
ولا توجد قيم بينية وبينها .

أما السلسلة المتصلة ، من الناحية الأخرى ، فيمكن تقسيمها لأي درجة .  
ويمكن النظر للقيم في السلسلة المتصلة على أنها نقط على متصل أكثر من  
اعتبارها نقطة منفصلة . فالدرجة على اختبار أو أي مقياس للطول ، يمكن النظر  
إليها على أنها مسافة بين نقطتين . فدرجة ٤ في اختبار ما ( مثلا ) لا يمكن  
اعتبارها نقطة منفصلة محددة على المقياس ، بل على أنها مسافة حددها الأدنى  
٣٥ وحددها الأقصى ٤٥ . أي هي امتداد في كلا الاتجاهين من نقطة المنتصف  
كالآتي :



فالدرجة ٤ هي المسافة الفعلية بين ٣٥ ، ٤٥ .

وتطبيق نفس المبدأ على الفئات فإن المسافة مثلا بين ( الدرجة ٦ — ٩ )  
يمكن أن تحدد على أنها المسافة من الحد الأدنى للقيمة الصغرى ( ٥٥ ) للحد  
الأعلى للقيمة الأعلى ( ٩٥ ) .

### منتصف الفئة :

تتعد الدرجات المجمعة في التوزيع التكرارى ذاتيتها ( أو  
وحدتها ) identities ) عندما تمثل في الفئات ، ولذلك تمثل بواسطة منتصف  
الفئة . ويحسب منتصف الفئة بجمع بداية ونهاية كل فئة ( سواء كان بالنسبة  
لطرفي الفئة أو حديها الحقيقيين ) فالنتيجة واحدة في كلتا الطريقتين ( والقسمة  
على ٢ . أو بإضافة نصف مدى للفئة على بداية كل فئة .

فمثلا : منتصف الفئة ( ٦ - ٩ ) هو ٧.٥

$$V_{٥} = \frac{١٥}{٢} = \frac{٩ + ٦}{٢}$$

$$V_{٥} = \frac{١٥}{٢} = \frac{٩.٥ + ٥.٥}{٢}$$

التوزيع التكرارى المتجمع للدرجات الخام :

يهدف الى معرفة عدد الافراد الذين حصلوا على درجات تقل عن درجة ما معينة او تزيد عليها .

فمثلا اذا كان لدينا تكرار درجات ١٠ افراد في اختبار ما كالاتى

الدرجة ( س )	التكرار ( ك )
٣	١
٤	٢
٥	٤
٦	٢
٧	١

واردنا معرفة عدد التلاميذ الذين حصلوا على درجات تقل عن الدرجة ٥ نجد انه ٣ . اى ان عدد الافراد الذين حصلوا على الدرجة ٤ + عدد الافراد الذين حصلوا على الدرجة ٣ .

$$\text{اى } ٣ = ١ + ٢$$

اذا اردنا ان نعرف عدد الافراد الذين حصلوا على درجات تقل عن الدرجة ٤ نجد انه ١ = ٠٠٠ وهكذا ولذلك نستعين بالتكرار المتجمع التصاعدي لمعرفة عدد الافراد الذين حصلوا على درجة تقل عن مستوى معين كما هو موضح في الجدول الآتى :

الدرجة	التكرار	تكرار متجمع تصاعدي
٣	١	١
٤	٢	٣
٥	٤	٧
٦	٢	٩
٧	١	١٠

١٠

أما إذا أردنا معرفة عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد عن درجة ما ، نحسب التوزيع التكراري المتجمع من أسفل إلى أعلى ، ( تكرار متجمع تنازلي ) كما هو موضح في الجدول التالي :

الدرجة	التكرار	تكرار متجمع تنازلي
٣	١	١٠
٤	٢	٩
٥	٤	٧
٦	٢	٣
٧	١	١

١٠

- فمثلا ، عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد على الدرجة ٦ هم ١ .
- وكذلك عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد على الدرجة ٥ هم ٣ .
- وهكذا .

## تمثيل التوزيع بالرسم

يعطينا للجدول التكراري صورة عامة عن توزيع القيم ، أي تكرارها النسبي إلا أنه يفضل مثل هذا التوزيع بالرسم ، فهذا يجعل إيصال المعلومة الإحصائية أسهل ويزيدها توضيحا .

ويستخدم في التمثيل بالرسم طرق عديدة أهمها :

Frequency Polygon	١ — المضلع التكرارى
Frequency Histogram	٢ — المدرج التكرارى
Frequency Curve	٣ — المنحنى التكرارى

وهذه هى الخطوات الرئيسية بالنسبة لكل منها .

#### ١ — المضلع التكرارى :

- اختر المقياس المناسب لتمثيل الوحدات المعطاة في الجدول .
- ضع حدود الفئات على المحور الأفقى ودرج المحور الرأسى مبينا ما تمثله الارتفاعات المختلفة من التكرار .
- عبر عن تكرار كل فئة بنقطة توضع في مركز الفئة تماما وعلى ارتفاع معادل لتكرارها حسب المقياس الذى سبق اتخاذه .
- صل بين النقاط المتتالية بمستقيمات فيكون الشكل هو المضلع المطلوب .
- ومن المتبع عادة أن يضاف الى التوزيع في الرسم فئتان احدهما أقل من أصغر فئة في التوزيع والأخرى أعلى من أكبر فئة فيه ، ويكون تكرارهما بطبيعة الحال = صفر .

#### ٢ — المدرج التكرارى :

يمثل التكرار هنا بمستطيل بدلا من نقطة ، ويرسم المستطيل على الفئة كلها ويكون ارتفاعه ( طوله ) معبرا عن تكرار الفئة . ومعنى هذا أن الطريقتين تختلفان في الفرض . ففي المدرج التكرارى نفرض أن التكرار موزع بانتظام على جميع قيم الفئة ، أما في المضلع فنحن نفرض أن جميع قيم الفئة تمثلها قيمة واحدة هى مركز الفئة .

### ٣ — المنحنى التكرارى :

لا يختلف عن طريقة رسم المصلح الا فى استعماله الخطوط المنحنية بدلا من الخطوط المستقيمة المتكسرة . الا ان المنحنى التكرارى يستعمل عادة لاعطاء شكل التوزيع بوجه عام ، مع تجاهل بعض مظاهر عدم الانتظام الذى قد يوجد فى التوزيع نتيجة للصدفة أو لاختيار العينة . ويمكن اعطاء الشكل العام للتوزيع برسم منحنى عام يمر بأكبر عدد من النقاط المعبرة عن التكرار الحقيقى للفئات والقريبة على قدر الامكان ، وبشرط أن يقترب المنحنى من النقاط التى لا يمر بها ، على قدر الامكان ، وتتوقف هذه الوسيلة بالطبع على التقدير الشخصى .

والمنحنى الذى يحصل عليه بواسطة الرسوم البيانية البسيطة *Smoothing Schemes* by graphic أو بواسطة التسوية *Smoothing* المتكررة للتكرارات باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة يعرف بالمنحنى التكرارى . *frequency Curve*

ويتم تحريك المتوسطات ، عن طريق أخذ المتوسط لثلاث فئات . يحصل على القيمة المحسنة لفئة ما بجمع التكرارات فى هذه الفئة والفئتين المجاورتين لها ثم القسمة على ٣ .

مثال : يوضح الجدول الأتى للتوزيع التكرارى لنسبة ذكاء ١٦١ طالب والتكرار المعدل لهم كما يقتضخ فى العمود الثالث من الجدول ( ٦ : ٦ ) .



ف	ك	للتكرار المعدل	للتكرار المتجمع
— ١٦٠	١	٣ر	١٦١
— ١٥٠	٠٠	١٣ر	١٦٠
— ١٤٠	٣	٤	١٦٠
— ١٣٠	٩	١٣ر٧	١٥٧
— ١٢٠	٢٩	٢٥ر٧	١٤٨
— ١١٠	٣٩	٣٤ر٣	١١٩
— ١٠٠	٣٥	٣٥ر٣	٨٠
— ٩٠	٣٢	٢٥	٤٥
— ٨٠	٨	١٤	١٣
— ٧٠	٢	٣ر٧	٥
— ٦٠	١	١ر٣	٣
— ٥٠	١	١	٢
— ٤٠	١	٧ر	١

فان القيمة المعدلة (أو المحسنة) للفئة ٨٠ — ٩٠ =  $\frac{٣٢+٨+٢}{٣} = ١٤$

= ١٤ وللـفئة ٩٠ —  $\frac{٣٥+٣٢+٨}{٣} =$  وهكذا ...

والعمود الثالث في الجدول السابق يوضح القيم المعدلة للتكرار .

ومناك نوع آخر من الرسم البياني يمكن الحصول عليه باستخدام التكرار التصاعدي . ويحصل على هذه القيم بالاضافة المتتالية للتكرارات ، بادئا من الفئة الأولى ( أو اصغر فئة ) . وتوضح هذه القيم في العمود الرابع في الجدول السابق .

ويوضح للجدول التجمعي عدد الأفراد الذين يقومون أسفل نقطة معينة فاذا رسمنا القيم المتجمعة ثم وصلنا هذه للنقط ، فاننا نحصل على منحنى غوطي Ogive Curve . ويلاحظ انه في رسمنا للتكرارات المتجمعة ، لانستخدم منتصف الفئة ، لكننا نستخدم الحد الأعلى .

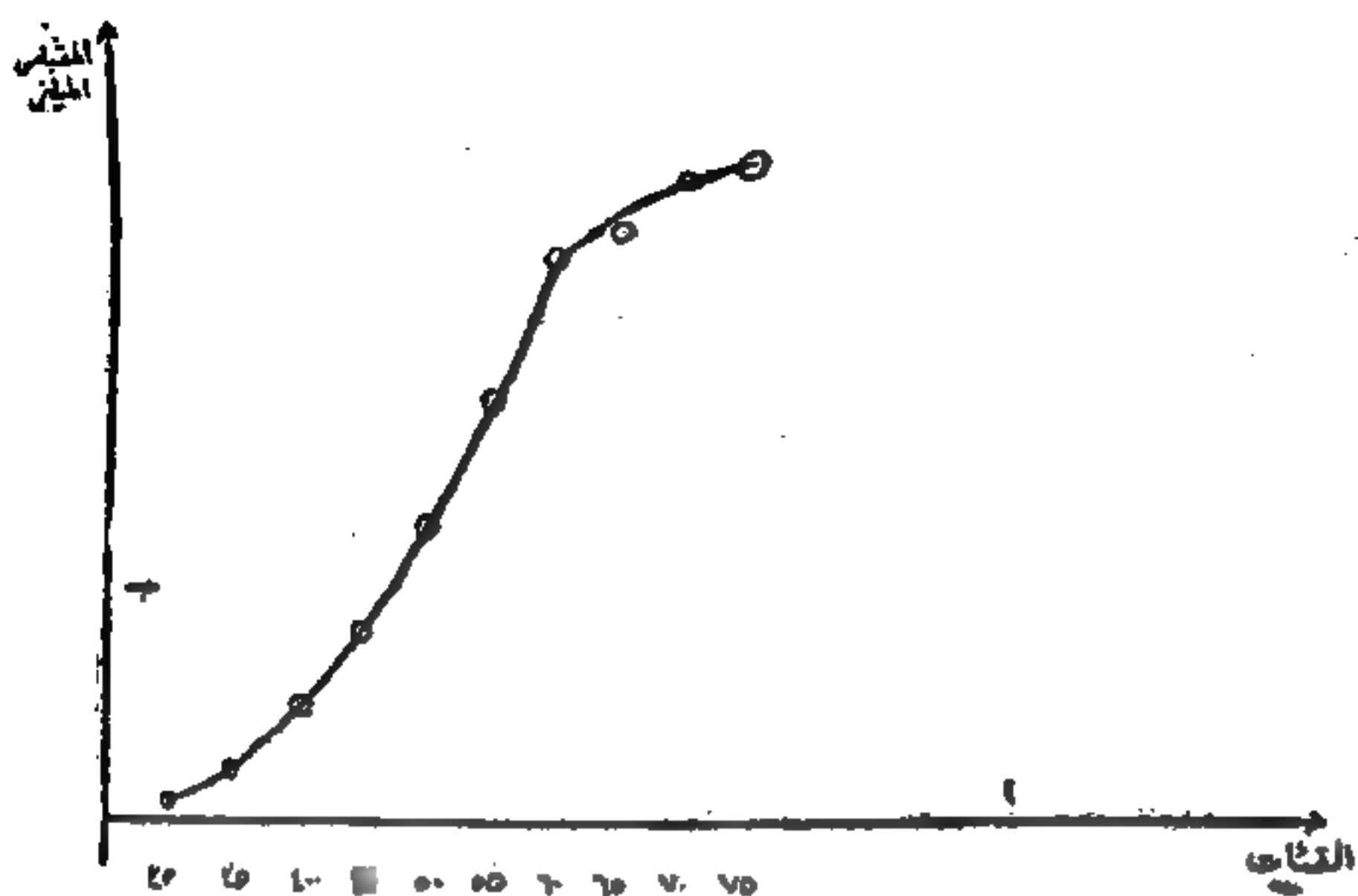
والمنحنى المعدل Smooth Curve الأكثر استخداما في تمثيل درجات الاختبار هو المنحنى المئينى أو الـ Ogive . ولذلك نحسب النسبة المئوية للتكرار المتجمع كما يتضح في العمود الأخير من الجدول التالى ( ٢ : ٤٥ ) :

ف	ك	التكرار المتجمع	النسبة المئوية للتكرار المتجمع
—٧٥	١	٤٢	١٠٠
—٧٠	١	٤١	٩٨
—٦٥	٤	٤٠	٩٠
—٦٠	٩	٣٦	٨٦
—٥٥	٨	٢٧	٦٤
—٥٠	٧	١٩	٤٥
—٤٥	٥	١٢	٢٩
—٤٠	٤	٧	١٧
—٣٥	٢	٣	٧
—٣٠	١	١	٢

٤٢

وتمثل كل قيمة للنسب المئوية للتكرار المتجمع بنقطة على الحد الأعلى لهذه الفئة ( الخط الأفقى الذى يفصل هذه الفئة عن الفئة الأعلى منها ) ، حيث أنها تتضمن النسبة المئوية للدرجات حتى هذه الفئة .

ويوضح الشكل التالى المنحنى المئينى للجدول التكرارى السابق .



شكل رقم (١) يوضح المنحنى المثالي للجدول التكراري السابق

### أي رسم أفضل ؟

هناك فرق بسيط بين المصطلح والدرجة التكراري ، ولذلك فإن الاختيار بينهما يعتمد على طبيعة ومتدار البيانات المطلوب تسجيلها . فمثلا ، إذا أردنا مقارنة أداء الأولاد بالبنات على نفس الرسم ، فإنه يفضل المصطلح التكراري ( لأن استخدامه أسهل وأوضح ) ، حيث يمكن استخدام لونين أو نوعين مختلفين من الخطوط لتحديد حدود المنحنيات . أما إذا استخدمنا الدرجة التكراري لهذا الغرض فسوف يكون أقل وضوحا وأكثر صعوبة في التفسير . وكما رأينا سابقا فإن الدرجة التكراري لا يقلل إذا أضفنا فئتين للنهايتين العليا والسفلى . أيضا ، تغطي الفئات وتناسب مباشرة مع تكرار الفئة .

أما إذا كان عدد أفراد المجموعتين غير متساو ، فإنه يحصل على مقارنة جيدة بتحويل التكرارات لكل مجموعة لنسب مئوية .

ولا يختلف وصف أو شرح المصطلحات البحثية على أساس النسب المئوية للتكرارات ، إنما هي انعكاس فقط لاختلاف عدد الأفراد حتى يسهل مقارنتها .

وبالنظر الى الرسم نستطيع ان نستنتج اذا كانت هناك فروق ملحوظة بين المجموعتين في السمة المقاسة ، او الى اى مدى يتدخل التوزيعان .

### شرح التوزيعات التكرارية :

عندما يرسم المصنع التكرارى ويسوى ، نجد غالبا منحنى له قمة او حد اقصى جانبى القيمة العظمى . اى ان التوزيع التكرارى او المصنع التكرارى يمكنه توضيح اربعة اوصاف مميزة :

- ( ا ) تجمع الأفراد عند قيمة مركزية معينة .
- ( ب ) التشتت حول هذه القيمة .
- ( ج ) انتماثل لو عدم التماثل . Symmetry
- ( د ) الانبساط ( او التسطح flatness ) او الانحدار Steepness .

كثير من المتغيرات او السمات تعطى توزيعات يطلق عليها شكل المنحنى الجرسى تقريبا ، لكن هذا الوصف غير كاف للأغراض العملية . فنحن نريد ان نعلم حول اى قيمة معينة تتجمع وتتشتت درجات الأفراد . الى اى مدى يكون التوزيع متماثلا ، وإلى اى درجة تنسبط ، ولذلك نحتاج لمقاييس التفرعة المركزية ، مقاييس التشتت ا والانقشاص ، مقاييس الالتواء Skewness ومقاييس الانبساط . مثل هذه المقاييس ، يمكننا وصف التوزيع بطريقة رياضية .

لذلك سفتطرق لمقاييس التفرعة المركزية ، التشتت ، الالتواء والانبساط .

### تمارين :

- ١ — طبق اختبار للتحصيل على ٢٠ طالبا وكانت درجاتهم كالاتى :  
٧٥ — ٨٨ — ٨٠ — ٨٥ — ٧٨ — ٩٠ — ٨٢ — ٨٨ — ٧٦ —  
٨٢ — ٨١ — ٨٩ — ٧٧ — ٨٤ — ٨٨ — ٩٣ — ٩١ — ٨١ —  
٨٥ — ٨٧ والمطلوب تصنيفها في جدول توزيع تكرارى .

٢ — هذه درجات ٦٠ طالبا في امتحان اللغة الانجليزية والمطلوب تصنيفها  
في ٧ فئات تبدأ من ١ ، ٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٣٠ ، ٣٥ ، ٤٠ ، ٤٥ ، ٥٠ ، ٥٥ ، ٦٠ ، ٦٥ ، ٧٠ ، ٧٥ ، ٨٠ ، ٨٥ ، ٩٠ ، ٩٥ ، ١٠٠ .

٨ — ٢٦ — ٤ — ٦ — ٢٥ — ١٢ — ١٨ — ٢٩ — ٩ — ٢١ —  
٢٣ — ١٣ — ٢١ — ٣٥ — ١٧ — ١٧ — ١٥ — ٣٣ —  
٢٠ — ٢٢ — ٦ — ١٧ — ٢٨ — ٢١ — ٢٠ — ١٩ — ١٦ —  
٢٢ — ١١ — ٢٧ — ٢٧ — ١٠ — ١١ — ٢٤ — ٢٤ — ١٧ —  
١٠ — ١٢ — ١٩ — ١٧ — ٤ — ١٣ — ٥ — ٣٠ — ٧ —  
٢١ — ١٢ — ٢٥ — ٣ — ١ — ٢٨ — ٢٣ — ١٢ — ٢٢ —  
٩ — ٣ — ١٦ — ٢٥ — ٢١ .

٣ — فيما يأتي درجات ٥٠ طالبا في اختبار القدرة اللغوية ، والمطلوب  
تصنيف هذه الدرجات في جدول تكرارى مدى كل فئة فيه ٣ درجات .

١٥ — ٣٧ — ٢٨ — ٢٥ — ١٨ — ١٤ — ٢٢ — ٢٤ — ٣٥ —  
٣٥ — ٤٤ — ٣٨ — ٤٥ — ٤٢ — ٥٠ — ٢٦ — ١٥ — ٢٥ —  
٢٧ — ٣٠ — ٣٤ — ٢٥ — ٤٦ — ٣٤ — ٢٢ — ٣٦ — ٢٨ —  
٢٧ — ٢٣ — ٢٣ — ٢٨ — ٢٧ — ٢٥ — ٤٥ — ٢٧ — ٢٨ —  
١١ — ٤١ — ١٧ — ٣٨ — ٥ — ٣٧ — ٨ — ١٩ — ٣٢ —  
٢٩ — ٣٢ — ٢٢ — ٢٢ — ١٦ .

٤ — مثل الجدول التكرارى للسابق بالرسم مستخدما في ذلك : —

( أ ) مضلعا تكراريا .

( ب ) مدرجا تكراريا .

٥ — اعد تصنيف الدرجات السابقة في جدول تكرارى مدى كل فئة فيه  
٥ درجات .

٦ — فيما ياتي درجات ٣٨ طالبا في اختبار ما — والمطلوب تصنيف  
الدرجات في جدول تكرارى مدى الفئة فيه ٥ درجات .

٩٠ — ١٠٤ — ٧٨ — ٤٤ — ٨٩ — ٨١ — ٩٣ — ٦٦ — ٨٢ — ٧٠ —  
٨٠ — ٥٨ — ٧١ — ٨٤ — ١٠٦ — ٩٧ — ٤٧ — ٧٥ — ٥٩ — ٦٨ —  
٨٤ — ٩٧ — ٩٥ — ٧٥ — ٧٢ — ١١٢ — ١٠٠ — ٥٩ — ١٠٠ —  
٥١ — ٧٤ — ٦٢ — ٨٣ — ٩٥ — ٦٩ — ١٠٩ — ٧٥ — ٩١

٧ — هذه درجات ٤٠ طالبا في اختبار التحصيل . والمطلوب تصنيف  
هذه الدرجات في جدول تكرارى مدى كل فئة فيه خمس درجات .

٤٢ — ٣٦ — ١٦ — ٢٥ — ٢٦ — ٢٩ — ١٩ — ١٧ — ٢٥ — ٢٧ —  
٢٩ — ٢١ — ٢٠ — ٤١ — ٣٨ — ٤٤ — ٣٦ — ٣٩ — ١٥ — ٣٠ —  
٣٤ — ٢٢ — ٢٦ — ٣٣ — ٣١ — ٢٢ — ٢٤ — ٣٢ — ٤٤ — ٢٨ —  
٣٦ — ٢٣ — ٣٤ — ٢٧ — ٣٣ — ٢٣ — ٢٨ — ٢٧ — ٢٣ — ٣١ —

٨ — مثل للجدول التكرارى السابق بالرسم مستخدما في ذلك : —

( ا ) مضلعا تكراريا .

( ب ) مدرجا تكراريا .



## الفصل الثالث

مقاييس التربة المركبة





## مقاييس الترة المركزية

### CENTRAL TENDENCY

رأينا في الفصل السابق كيف تجمع وتلخص خواص الدرجات ببيانيا  
أو في صورة جدول وسرعا ما يتضح لنا من هذا الجدول ان هناك اتجاها لكي  
تجمع الدرجات بسبب حول درجة داخلية .

وينسار الى الترة نحو التجمع في المنحنى الاعتدالي بالترة المركزية .  
ويسمى الاحصاء الذي يعطى مقاييس للدرجات المركزية بمقاييس الوضع  
المركزي Central Location أو مقاييس الترة المركزية . وتحدد الترة  
المركزية لخصائيا بواسطة ثلاثة مقاييس هي المتوسط ، الوسط ، الشائع ،  
ومع ذلك فان كلا منهم تحدد منتصف التوزيع بطريقة مختلفة . فالشائع هو  
الدرجة الأكثر تكرارا ، الوسيط هو الدرجة الوسيطة ، والمتوسط هو المتوسط  
الحسابي لمجموعة من الدرجات .

اي ان المقاييس المحتملة للترة المركزية لمجموعة من الدرجات تتضمن  
تعريفات مختلفة « للدرجات المركزية » . وسوف ندرس هذه المقاييس بالتفصيل

## ١ - المتوسط

المتوسط ( م ) هو المتوسط الحسابي لعينه معينة . وهو من أكثر  
المقاييس الاحصائية انتشارا وذلك لسهولة وفائدته ، ونحن جميعا لدينا  
ألفه بمفهوم المتوسط أو متوسط القيمة . فنحن نقرا أو نتحدث عن متوسط  
الوزن ، متوسط الطول ، متوسط الدخل ، .... وهكذا .

وتختلف طرق حساب المتوسط الحسابي تبعا لمسدى تعقيد البيانات  
المسحوبة .

وسنتناول طريقة الدرجات الخام — طريقة التكرار — طريقة الفئات  
— الطريقة المختصرة — ثم متوسط المتوسطات أو ما يسمى بالمتوسط النورسي .

### (١) حساب المتوسط من الدرجات الخام

هو مجموع الدرجات مقسومة على عددها ، ماذا كان لدينا مجموعة ن من القيم  $س_١ ، س_٢ ، ... ، س_ن$  فإن المتوسط يكون خارج قسمه مجموعها على « ن » حيث ن هي عدد الدرجات في المجموعة ويرمز للمتوسط بالرمز « م » ويمبر عنه كالاتى : —

$$\text{المتوسط م} = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد الأفراد}} = \frac{\text{مجموع}}{\text{ن}}$$

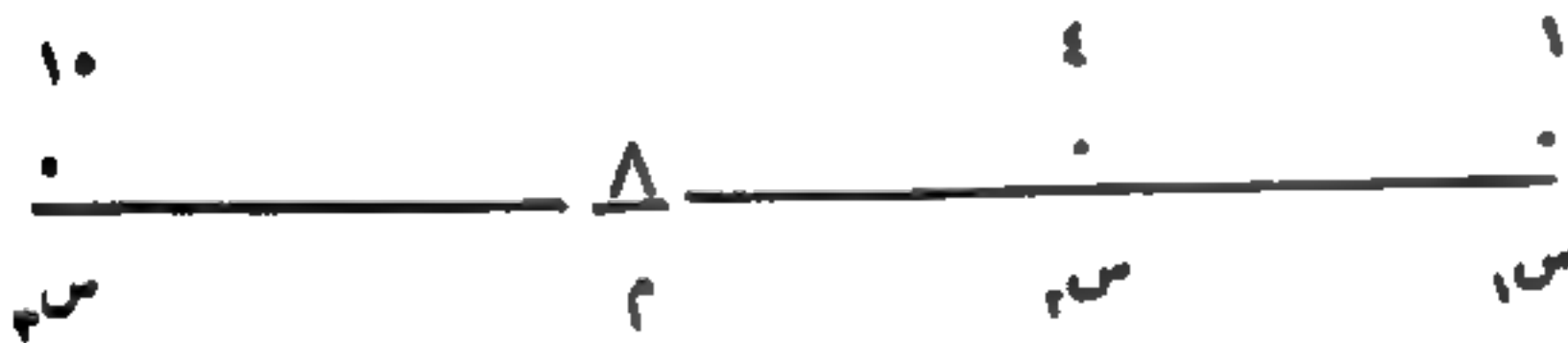
فمثلا : اذا كانت درجات ٤ اطفال على اختبار الفهم هي : —

٦ ، ٣ ، ٢ ، ٥ . فإن متوسط درجة الفهم على هذا الاختبار يحصل عليها بجمع الدرجات الأربعة وقسمتها على عدد الأفراد الذين اختبروا .

$$\therefore م = \frac{٥ + ٢ + ٣ + ٦}{٤} = \frac{١٦}{٤} = ٤$$

كذلك متوسط الدرجات ١ ، ٤ ، ١٠ هو ٥ .

وبتمثيل هذه القيم على الخط العددي ، نرى أن المتوسط هو نقطة الاتزان في التوزيع . أى أنه ، اذا اعتبرنا أن الخط مثل المسطرة والأشياء لها وزن متساو وممثله عند النقط  $س_١ ، س_٢ ، ... ، س_ن$  فإن نقطة الاتزان تكون عند القيمة ٥ .



مثال : لحسب المتوسط للدرجات التالية لـ ١٥ طالبا في امتحان الرياضة .

٩٨ — ٩٧ — ٩٥ — ٩٣ — ٩٠ — ٨٩ — ٨٩ — ٨٤ — ٨٢ — ٨٢ —  
٧٨ — ٧٣ — ٧٠ — ٦٠ — ٥٠ .



نرى من الجدول السابق ، أن العمود الأول يمثل الدرجة . ويمثل العمود الثاني عدد مرات تكرار كل درجة . وكما نعلم مما ضرب هو جمع مكرر وبالتالي فإنه يمكن الحصول على مجموع كل الدرجات السابقة بضرب كل درجة ( س ) في عدد مرات تكرارها ( ك ) ، ثم جمع حواصل الضرب محـ ( س × ك ) . الخطوة الأخيرة هي الحصول على المتوسط م بقسمة محـ ( س × ك ) على ن حيث ن هي عدد الأفراد .

$$\therefore م = \frac{\text{محـ ( س × ك )}}{ن} = \frac{١٦٦}{٢١} = ٧٫٩$$

هذه الطريقة أيضا دقيقة وسريعة في حسابها لكنها تستغرق وقتا طويلا إذا كانت ن كبيرة ، مثلا ٥٠ أو ١٠٠ أو أزيد ، أيضا ، إذا زاد المدى ( مثلا أعلى درجة ١٠٠ وأقل درجة ٥ ) .

في هذه الحالة يجب أن ترتب الدرجات في توزيع تكرارى مجمع ( وهو يعتبر أسهل من ترتيب البيانات ) ، والذي منه نستطيع حساب المتوسط . للوسيط ، ومقاييس احصائية أخرى .

### ( ج ) المتوسط الحسابى لتقيم المتجمعة

#### في جدول تكرارى

عندما تجمع التقيم في توزيع تكرارى ، يتحدد المتوسط بضرب منتصف كل فئة في تكرار التيم والقسمة على عدد التيم .

ذلك لأن قيم الأفراد جميعها لا تكون معروفة ولتختص هذه المعلومة ، ونفرض البساطة ، نفترض أن الدرجات في أى فئة تكون موزعة بالتساوى على للفئة . هذا الافتراض يكون غير حقيقى ولهذا السبب فإن القيمة التى سوف نحسبها تكون فقط تقريبا لمتوسط البيانات غير المجمعة . وينسأ على الافتراض أن مجموع تكرار للدرجات ( ك ) في أى فئة يساوى حاصل ضرب تكرار الفئة ( ك ) × منتصف الفئة ( ص ) .

أى أن هذه الطريقة لحساب المتوسط تعتمد على منتصف الفئة لأنه يدل عليها ويلخصها .

والمجموع الكلى للدرجات فى المجموعة يساوى مجموع حاصل ضرب التكرار فى منتصف الفئات .

$$\therefore \bar{M} = \frac{\text{م د (ك} \times \text{ص)}}{ن}$$

حيث ك تكرار الفئة :

ص منتصف الفئة ، ن عدد الأفراد .

مثال :

أوجد المتوسط من الجدول التكرارى الآتى الذى يوضح توزيع درجات ٥٠ طالبا فى اختبار ما .

ن	ك	ص	ك × ص
٢	٢	٤٩	٩٨
٢	٢	٤٥	٩٠
٢	٢	٤١	٨٢
٥	٥	٣٧	١٨٥
٥	٥	٣٣	١٦٥
٤	٤	٢٩	١١٦
١٢	١٢	٢٥	٣٠٠
٦	٦	٢١	١٢٦
٥	٥	١٧	٨٥
٤	٤	١٣	٥٢
—	—	٩	—
٢	٢	٥	١٠

الحل :

ف	ك	منتصف الفئة (ص)	ك × ص
٥	٢	٧	١٤
٩	—	١١	—
١٣	٤	١٥	٦٠
١٧	٥	١٩	٩٥
٢١	٦	٢٣	١٣٨
٢٥	١٢	٢٧	٣٢٤
٢٩	٤	٣١	١٢٤
٣٣	٥	٣٥	١٧٥
٣٧	٥	٣٩	١٩٥
٤١	٢	٤٣	٨٦
٤٥	٣	٤٧	١٤١
٤٩	٢	٥١	١٠٢

١٤٥٤

ن = ٥٠

$$\therefore \text{م} = \frac{1454}{5} = 290.8 = 29 \text{ تقريباً}$$

#### (د) المتوسط الحسابي بالطريقة المختصرة

تهدف هذه الطريقة الى اختصار وتبسيط العمليات الحسابية الطويلة التي ظهرت بوضوح في الطريقة السابقة .

فاذا اردنا مثلاً حساب المتوسط الحسابي لأطوال ١٠ أفراد بالطريقة الطبيعية هي قياس هذه الأطوال وجمعها ثم قسمة حاصل الجمع على ١٠ .

ويمكن أن نختصر العمل قليلاً باستخدام أصل تصفى ثم حساب انحراف القيم عنه . فاذا كانت أطوال الـ ١٠ أفراد محصورة بين ١٤٥ ، ١٨٥ سم مثلاً ، فيمكننا أن نضع مستوى خاصاً وليكن ١٦٥ سم نقيس بالنسبة له ونعطي لكل شخص قيمة سلبية أو موجبة حسب نقص طوله أو زيادته عن هذا المستوى الخاص .

وبذلك نستخدم في حسابنا أعداداً صغيرة . وبحساب المجموع الجبري لهذه الفروق وقسمتها بعد ذلك على ١٠ نحصل على فرق المتوسط الحسابي عن ارتفاع ١٦٥ سم .

**مثال :**

هذه أطوال ١٠ أفراد . أوجد المتوسط الحسابي .

$$150 - 175 - 180 - 185 - 175$$

$$150 - 145 - 176 - 184 - 150$$

**الحل :**

$$\text{المجموع} = 1775 \text{ سم}$$

$$\text{المتوسط} = 177.5 \text{ سم}$$

بالطريقة المختصرة فإن :





مثال (١) :

أوجد المتوسط الحسابي للمثال السابق بالطريقة المختصرة .

الحل :

ف	ك	ح	خ
٠	٢	٥	١٠
٩	—	٤	صفر
١٣	٤	٢	١٢
١٧	٥	٢	١٠
٢١	٦	١	٦
٢٥	١٢	صفر	صفر
٢٩	٤	١	٤
٣٣	٥	٢	١٠
٣٧	٥	٣	١٥
٤١	٢	٤	٨
٤٥	٣	٥	١٥
٤٩	٢	٦	١٢
٥٠			

٢٨ —

٦٤ +

٢٦

$$م = م + م \times \frac{م - م}{م}$$

$$م = م = مركز الفئة الصفرية = \frac{٢٩ + ٢٥}{٢} = \frac{٥٤}{٢} = ٢٧$$

$$م = م + ٢٧ = ٤ \times \frac{٢٦}{٥٠}$$

$$٢٩.٨ = ٢٧ + ٢.٨ =$$

مثال (٢) :

أوجد المتوسط الحسابي من الجدول التكراري الآتي بالطريقة المختصرة :

ف	٢١٠ -	٢٢٠ -	٢٣٠ -	٢٤٠ -	٢٥٠ -	٢٦٠ -	٢٧٠ -	٢٨٠ -	٢٩٠ -	٣٠٠ -	٣١٠ -
ك	٣	صفر	٢	٨	١١	١٢	٦	١	٤	٢	١

الحل :

ف	ك	ح	ك ح
٢١٠ -	٣	٥ -	١٥ -
٢٢٠ -	صفر	٤ -	صفر
٢٣٠ -	٢	٢ -	٦ -
٢٤٠ -	٨	٢ -	١٦ -
٢٥٠ -	١١	١ -	١١ -
٢٦٠ -	١٢	صفر	صفر
٢٧٠ -	٦	١	٦
٢٨٠ -	١	٢	٢
٢٩٠ -	٤	٣	١٢
٣٠٠ -	٢	٤	٨
٣١٠ -	١	٥	٥

٥٠

$$\begin{array}{r} ٢٣ \\ ٤٨ - \\ \hline ١٥ - \end{array}$$

$$٢٦٥ = \text{صفر}^{\text{م}}$$

$$\text{م} = ٢٦٥ + \left( ١٠ \times \frac{١٥ -}{٥٠} \right)$$

$$٢٦٢ = ٣ - ٢٦٥ = (٣ -) + ٢٦٥ =$$

مثال (٣) :

الجدول للتكراري الآتي يوضح توزيع درجات ٥٠ طالبا في اختبار ما .

أوجد المتوسط الحسابي :

( أ ) باستخدام مراكز الفئات .

( ب ) بالطريقة المختصرة .

ف	١٠	١٤	١٨	٢٢	٢٦	٣٠	٣٤	٣٨	٤٢	٤٦	٥٠	٥٤	٥٨
ك	١	١	٤	٢	٤	٨	٨	١٠	٦	٢	٢	٢	١

الحل :

ف	ك	ح	ك.ح	منتصف الفئة	ك.ص
١٠	١	٧ —	٧ —	١٢	١٢
١٤	١	٦ —	٦ —	١٦	١٦
١٨	٤	٥ —	٢٠ —	٢٠	٨٠
٢٢	٢	٤ —	٨ —	٢٤	٤٨
٢٦	٤	٣ —	١٢ —	٢٨	١١٢
٣٠	٨	٢ —	١٦ —	٣٢	٢٥٦
٣٤	٨	١ —	٨ —	٣٦	٢٨٨
٣٨	١٠	—	—	٤٠	٤٠٠
٤٢	٦	١	٦	٤٤	٢٦٤
٤٦	٢	٢	٤	٤٨	٩٦
٥٠	٢	٣	٩	٥٢	١٥٦
٥٤	—	٤	—	٥٦	—
٥٨	١	٥	٥	٥٦	٦٠

١٧٨٨

٧٧ —

٥٠

٢٤ +

٥٣ —

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مذك} \times \text{ص}}{\text{مذك}} = \frac{1788}{50} = 35.76$$

بالطريقة المختصرة :

$$م = \left( ٤ \times \frac{٥٢-}{٥٠} \right) + ٤٠ =$$

$$35.76 = 42.4 - 40 = (42.4 -) + 40 =$$

## الخواص الاحصائية للمتوسط

١ - مجموع الانحرافات عن المتوسط = صفرا .

المتوسط هو نقطة توازن للتوزيع وتعنى هذه العبارة ان مجموع الفروق بين المتوسط وكل نقطة اعلى منه تساوى مجموع الفروق بين المتوسط وكل نقطة اسفل منه .

فمثلا : الدرجات ٦ ، ٣ ، ٢ ، ٥ متوسطها = ٤

فبالدرجة ٦ تكون ازيد من المتوسط بدرجتين والدرجة ٥ تكون ازيد بدرجة واحدة عن المتوسط . اى ان مجموع الفروق بين المتوسط والدرجات التى اعلى منه = ٣

والدرجة ٢ اقل من المتوسط بدرجتين والدرجة ٣ تكون اقل من المتوسط بدرجة واحدة . اى ان مجموع الفروق بين المتوسط والدرجات التى اقل منه = ٣

اما اذا كانت الدرجات ٢ ، ٣ ، ٥ ، ١٠

فان المتوسط = ٥

فان نقطة الاتزان ستتحرف لكن مجموع الفروق بين كل درجة اعلى المتوسط والمتوسط ومجموع الفروق بين كل درجة اسفل المتوسط والمتوسط سوف تظل ثابتة .

ومن هنا نجد ان مجموع الانحرافات عن المتوسط = صفرا .

ولهذه الخاصية أهمية كبرى في حساب المتوسط بالطريقة المختصرة .

## ٢ — عدد الدرجات :

يتأثر المتوسط بعدد الدرجات ، ويميل إلى الاستقرار كلما كان هذا العدد كبيراً . فعندما يكون العدد ١٠٠ مثلاً ، فإن تأثير المتوسط بأية درجة يحسب على أنه أجزاء من مائة .

## ٣ — جمع المتوسطات :

تجمع المتوسطات عندما يتساوى عدد درجات المجموعات أى عدد أفراد كل جماعة .

لأثبات ذلك ، نفرض أن لدينا درجات المجموعتين أ ، ب كالآتى :

المجموعة أ	المجموعة ب	مجموع درجات أ+ب
صفر	٢	٢
١	٣	٤
١	٥	٦
٣	١٠	١٣
٥	٥	١٠

$$\begin{array}{lll} \text{م.س.} = ١٠ & \text{م.س.} = ٢٥ & \text{م.س.} = ٣٥ \\ \text{م.} = ٢ & \text{م.} = ٥ & \text{م.} = ٧ \end{array}$$

نرى من العمود الثالث أن متوسط درجات المجموعتين أ + ب = ( م )

أى أنه = متوسط المجموعة ( أ ) ( م ) + متوسط المجموعة ب ( م )

## ٤ — طرح المتوسطات :

تطرح المتوسطات عندما يتساوى عدد درجات المجموعات . ففى المثال السابق إذا طرحنا درجات المجموعتين نحصل على الآتى

الجموعة ( أ )	الجموعة ( ب )	أ - ب
صفر	٢	٢
١	٢	٢
١	٥	٤
٢	١٠	٧
٥	٥	صفر
م.س. = ١٠	م.س. = ٢٥	م.س. = ١٥
٢ = م	٥ = م	٢ = م

نرى من العمود الثالث أن متوسط فرق درجات المجموعتين = ٢ وهذا يساوى حاصل طرح المتوسط م - م = ١٣ .

#### • — الدرجات المتطرفة :

يتأثر المتوسط بالدرجات القريبة منه تأثيرا قليلا ، ويتأثر بالدرجات البعيدة عنه تأثيرا كبيرا .

ومذه الخاصية توضح أهم عيوب المتوسط الحسابى ، أى أن القيم المتطرفة في التوزيع تؤثر تأثيرا قويا على المتوسط ، وقد تجعله أحيانا غير صالح كمقياس من مقاييس التفرع المركزية لأنه في تلك الحالة يعطينا صورة خاطئة عن حقيقة تجمع البيانات العددية .

مثلا : الدرجات ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ المجموع = ١٦ المتوسط = ٤

الدرجات ٩ ، صفر ، ٥ ، ٦ المجموع = ١٦ المتوسط = ٤

٦ — إذا أضيف عدد ثابت لكل درجة في مجموعة متوسطها م ، فإن الدرجات التى نحصل عليها سيكون لها متوسط م + العدد الثابت لاثبات ذلك ، نفرض أن لدينا الدرجات التالية :

صفر . ١ . ١ . ٣ . ٥

∴ م = ٢

فإذا أضفنا العدد ٣ الى كل درجة في المجموعة نحصل على الدرجات التالية :

$$٨ ، ٦ ، ٤ ، ٤ ، ٣$$

$$\therefore \text{المتوسط} = \frac{٢٥}{٥} = ٥$$

وهذا المتوسط = المتوسط في الحالة الأولى (٢) + العدد الثابت (٣) .  
= م + العدد الثابت .

٧ — إذا ضربت كل درجة في مجموعة متوسطها م بعدد ثابت فإن متوسط الدرجات الناتجة يكون حاصل ضرب م  $\times$  العدد الثابت لاثبات ذلك :

إذا ضربنا درجات المجموعة السابقة في العدد ٣ نحصل على .

$$\text{صفر} ، ٦ ، ١٢ ، ١٢ ، ١٥$$

$$\therefore \text{المتوسط} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$$

وهذا المتوسط = متوسط درجات المجموعة  $\times$  العدد الثابت  
المتوسط =  $٢ \times ٣ = ٦$

٨ — مجموع مربع انحراف الدرجات عن المتوسط الحسابي يكون اقل من مجموع مربع الانحرافات عن أى درجة أخرى خلاف المتوسط . من المثل السابق نجد أن : —

$$\begin{aligned} & \text{مجموع مربع انحراف الدرجات عن المتوسط ( ٢ )} \\ & = (\text{صفر} - ٢)^2 + ٢(٢ - ١)^2 + ٢(٢ - ١)^2 + ٢(٢ - ٢)^2 + ٢(٢ - ٥)^2 \\ & = \text{مجموع مربع انحراف الدرجات عن الدرجة ٢} \\ & = (\text{صفر} - ٢)^2 + ٢(٢ - ١)^2 + ٢(٢ - ١)^2 + ٢(٢ - ٢)^2 + ٢(٢ - ٥)^2 \\ & = ٢(٢ - ٥)^2 + ٢(٢ - ٥)^2 + ٢(٢ - ٥)^2 + ٢(٢ - ٥)^2 + ٢(٢ - ٥)^2 \\ & = ٩ + ٤ + ٤ + ٤ + ٤ = ٢١ \text{ وهذا ازيد من } ١٦ . \end{aligned}$$

## قوائد المتوسط

### أهمها :

#### ١ - المعايير :

تعتمد المعايير الحيوية المختلفة على المتوسط . ولذا يقاس ذكاء الفرد بالنسبة لمتوسط ذكاء جيله . كذلك يقاس أداء الفرد في امتحان ما بمتوسط أداء المجموعة ( المعيار النسبي ) .

#### ٢ - المقارنة :

تستخدم المتوسطات أحيانا لمقارنة مجموعة من الأفراد بمجموعة أخرى مثل مقارنة درجات فصل ما في امتحان الحساب بمتوسط درجات فصل آخر بالنسبة لنفس الامتحان . ولا تصح هذه المقارنة الا اذا كانت المجموعات متجانسة وتقبل خواصها مثل تلك المقارنات . فمن الخطأ مثلا ، مقارنة متوسط أعمار الناس في بيئة صناعية أغلبها من الشباب بمتوسط أعمار الناس في بيئة زراعية قد يكون أغلبها من الأطفال والشيوخ .

## المتوسط الوزني

عندما نحسب المتوسط الحسابي للبسيط لمجموعة من البيانات ، فافتراضنا نفترض ان كل القيم الملاحظة لها أهمية متساوية ونعطيهم وزنا متساويا في حساباتنا . أحيانا تكون الأعداد غير متساوية الأهمية ، عندئذ فافتنا نحدد لكل منها وزنا يكون متناسبا مع أهميته النسبية . ويسمى هذا التقدير بالمتوسط الوزني . اذا كان لدينا مثلا مجموعة من قيم عددها  $n$  ولتكن  $s_1, s_2, \dots, s_n$  فإن  $s_1$  و  $s_2$  و  $s_3$  و  $s_4$  و  $s_5$  هي الأوزان المعطاه لهم ، فإنه يحصل على المتوسط الوزني بقسمة حاصل ضرب القيم في أوزانهم على مجموع الأوزان .



$$\text{أي أن المتوسط الوزني} = \frac{١٠٠٠ \text{ ص } ١ + ٢٠٠ \text{ ص } ٢ + ٣٠٠ \text{ ص } ٣}{١٠٠٠ \text{ ص } ١ + ٢٠٠ \text{ ص } ٢ + ٣٠٠ \text{ ص } ٣}$$

نفرض مثلاً : أن لدينا درجات ثلاثة تلاميذ في مادة معينة وأجرى عليهم امتحان على ثلاث فترات ( بعد ٤ أسابيع ، ٨ أسابيع ، ١٢ أسبوعاً من بدء الدراسة ) .

والجدول التالي يوضح درجاتهم على الاختبارات الثلاثة :

الأفراد	الاختبار الأول	الاختبار الثاني	الاختبار الثالث	المجموع
١	٣٠	٦٠	٩٠	١٨٠
٢	٦٠	٦٠	٦٠	١٨٠
٣	٩٠	٦٠	٣٠	١٨٠

فإذا أعطى لكل اختبار وزن متساو ، فإن كل التلاميذ الثلاثة سيكون لهم نفس المتوسط للاختبارات الثلاثة والذي هو : —

$$م = \frac{١٨٠}{٣} = ٦٠$$

أما إذا رغب المدرس في إعطاء وزن لمقدار التحسن ، فمثلاً يعطى وزناً من ١ إلى الاختبار الأول ، وزناً من ٢ إلى الاختبار الثاني ، ووزناً من ٣ إلى الاختبار الثالث ، فإنه بذلك يعطى وزناً لتقدم التلميذ في المنهج . ويحصل على هذا بضرب ١ × درجة كل طالب على الاختبار الأول ، وبضرب ٢ × درجة كل طالب على الاختبار الثاني ، ٣ × درجة كل طالب على الاختبار الثالث .

ثم بجمع درجات الاختبار الموزونة لكل طالب وتقسيمها على مجموع الأوزان نحصل على المتوسط الوزني لكل طالب .

$$\text{المتوسط الوزني للطالب الأول} = \frac{٣٠ (١) + ٦٠ (٢) + ٩٠ (٣)}{٦}$$

$$\text{المتوسط الوزني للطالب الأول} = \frac{٤٢٠}{٦} = ٧٠$$

$$\frac{(3) 60 + (2) 60 + (1) 60}{6} = \text{المتوسط الوزني للطالب الثاني}$$

$$60 = \frac{360}{6} =$$

$$\frac{(3) 30 + (2) 60 + (1) 90}{6} = \text{المتوسط الوزني للطالب الثالث}$$

$$50 = \frac{300}{6} =$$

باستخدام المتوسط الوزني للدلالة على التقدم ، فإن الطالب الأول الذي درجته ٧٠ أداءً أفضل نسبياً في هذا المنهج عن أداء الطالبين الثاني والثالث الذي متوسطهم الوزني ٦٠ ، ٥٠ .

**المتوسط الوزني لأكثر من مجموعة :**

( أ ) في حالة تساوى عدد أفراد المجموعتين : —

إذا كانت درجات المجموعة الأولى هي : ٥ ، ٤ ، ٣

إذا كانت درجات المجموعة الثانية هي : ٧ ، ٦ ، ٥

$$\bar{x} = \frac{12}{3} = 4 \text{ متوسط المجموعة الأولى}$$

$$\bar{y} = \frac{18}{3} = 6 \text{ متوسط المجموعة الثانية}$$

∴ المتوسط العام للمجموعتين أو متوسط المتوسطين =

مجموع الدرجات كلها  
معدن

(ب) إذا كان عدد درجات المجموعة الأولى لا تساوى عدد درجات المجموعة الثانية :

إذا كانت درجات المجموعة الأولى هي ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢

إذا كانت درجات المجموعة الثانية هي ٧ ، ٦ ، ٥

المتوسط =  $\frac{\text{درجات المجموعة أ} + \text{مجموع درجات المجموعة ب}}{\text{عدد درجات المجموعة أ} + \text{عدد درجات المجموعة ب}}$

∴ المتوسط =  $\frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد الدرجات}}$

∴ مجموع الدرجات = المتوسط × عدد الدرجات

∴ متوسط المتوسطات =

$\frac{\text{متوسط المجموعة أ} \times \text{عدد درجاتها} + \text{متوسط المجموعة ب} \times \text{عدد درجاتها}}{ن_1 + ن_2}$

∴ متوسط المتوسطات =  $\frac{م_1 \times ن_1 + م_2 \times ن_2}{ن_1 + ن_2}$

ويسمى أحيانا المتوسط الوزنى وذلك ، لأننا نضرب المتوسط الأول × عدد درجاته ، أى أننا نزيد وزنه وكذلك نضرب المتوسط الثانى × عدد درجاته .

## ٢ - الوسيط

### THE MEDIAN

تعريفه :

هو المثبني للخمسين فى مجموعة من الدرجات ، أى هو الدرجة التى تقسم الدرجات المرتبة الى قسمين ، بحيث يسبقها نصف عدد الدرجات ويتلوها النصف الآخر .

طرق حساب الوسيط :

الوسيط مثل المتوسط يمكن تحديده من بيانات غير مجمعة أو من بيانات مرتبة ، لكنه عادة يحدد من التوزيع التكرارى . ولمعرفة القيمة الوسيطة لبيانات غير مجمعة يتعين علينا ( كما رأينا من التعريف ) أن نرتب القيم ترتيبا ناعديا أو تنازليا فتكون القيمة التى تقع فى المنتصف تماما هى قيمة الوسيط .

مثال : ١٨ ، ١٣ ، ١١ ، ١٩ ، ٢٠ .

ترتيب القيم كالآتي : ١١ ، ١٣ ، ١٨ ، ١٩ ، ٢٠ .

القيمة الوسيطة هي الثالثة في الترتيب قبلها قيمتان وبعدها قيمتان ومن هذا يتضح أنه من الواجب تحديد ترتيب القيمة الوسيطة أولا : وهنا نجد أمامنا حالتين مختلفتين :

( أ ) إذا كان عدد القيم فرديا .

( ب ) إذا كان عدد القيم زوجيا .

( أ ) إذا كان عدد الدرجات فرديا :

إذا كان عدد أفراد المجموعة  $n$  فردية فإن الدرجة  $\frac{n+1}{2}$  في الترتيب تكون هي الدرجة المتوسطة وبالتالي تكون هي الوسيط .

ففي المثال السابق نرى أن :

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{1+5}{2} = \frac{1+3}{2} = 3$$

∴ قيمة الوسيط = ١٨

( ب ) إذا كان عدد الدرجات زوجيا :

إذا كانت  $n$  زوجية العدد فلا تكون هناك درجة متوسطة ويجب أن نعدل تحديدنا للوسيط .

مثال : إذا كان لدينا للدرجات ٤ ، ٩ ، ١٣ ، ١٤

فإن الوسيط هو النقطة التي تنصف المسافة بين القيمتين المركزيتين عندما ترتب الدرجات .

$$\therefore \text{الوسيط} = \frac{9+13}{2} = 11$$

أي أن قيمة الوسيط هنا هي متوسط القيمتين المتجاورتين المركزيتين .

مثال : إذا كان لدينا الدرجات التالية :

٢٥ ، ٢٣ ، ٢٣ ، ٢٢ ، ٢١ ، ١٥ ، ١٠ ، ٧ ، ٦ ، ٥ ، ٥ ، ٢

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{1 + 12}{2} = \frac{1 + n}{2} = 6.5$$

ولذلك فإن أى قيمة بين الدرجة السادسة والسابعة فى الترتيب ممكن ان تسمى الوسيط . وسوف نأخذ للوسيط القيمة التى تقع فى المنتصف بين الدرجات السادسة والسابعة ، وهما للقيمة التى فى الوسط بين ١٥ ، ١٠ ، ولذلك فإن الوسيط لهذه المجموعة من الدرجات =  $\frac{15 + 10}{2} = \frac{25}{2}$

$$12.5 =$$

مثال : للوسيط للدرجات ( ٩٢ ، ٧٠ ، ٥٣ ، ٥٠ ، ٢ ، ١ ) هو

$$51.5 = \left( \frac{53 + 50}{2} \right)$$

ملحوظة :

إذا كانت هناك أرقام مكررة فى منطقة المنتصف لمجموعة الدرجات المرتبة مثلا ( ١ ، ٢ ، ٥ ، ٥ ، ٦ ، ٦ ، ٦ ، ٧ ) فإن هذه الطريقة تعطينا قيمة تقريبية للوسيط وليست القيمة المصبوطة .

حساب الوسيط من درجات زوجية :

$$\begin{array}{r} 120 \\ 118 \\ 115 \\ 114 \\ 114 \\ 112 \\ \hline 693 \end{array}$$

$$693 \div 6 = 115.5$$

حساب الوسيط من درجات زوجية وملتوية :

	١٢٠	
	١١٨	
الوسيط =	١١٥	١١٤ر٥
	١١٢	
	١١٤	
	٦	

٥٨٧

س = ٩٧ر٣

هذا كمثال لكي يوضح أن الوسيط لا يتأثر بالدرجات المتطرفة ، على عكس المتوسط .

حساب الوسيط من تكرار الدرجات :

كما رأينا ، فإن الوسيط يحدد بالنقطة التي يقع أسفلها ٥٠٪ من الدرجات ويعطوها ٥٠٪ فإذا كان لدينا مثلاً توزيع درجات ٤٠ طالباً كما هو موضح في الجدول التالي ، فإن للوسيط في هذه الحالة هي النقطة التي يقع تحتها ٢٠ درجة .

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{N}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

الدرجة	ك	ك متجمع تصاعدي
٣٥	١	١
٣٦	٣	٤
٣٧	٢	٦
٣٨	٢	٨
٣٩	٧	١٥
٤٠	٤	١٩
٤١	٥	٢٤
٤٢	٣	٢٧
٤٣	٢	٢٩
٤٤	٢	٣١
٤٥	٣	٣٤
٤٦	١	٣٥
٤٧	٣	٣٨
٤٨	٢	٤٠

مذك = ٤٠

الدرجة ٤٠ تكرلرها المتجمع = ١٩

الوسيط يقع في الدرجة التي تليها ( وهي ٤١ ) ولا يقع في اطارها .

ترتيب الوسيط = ٢٠ وهذا يزيد عن ١٩ بمقدار واحد صحيح .

امتداد الوسيط في الدرجة التالية ( ٤١ ) =  $\frac{1}{2}$  من نطاقها لأن تكرار

الدرجة ٤١ = ٥ كما هو واضح من الجدول . الحدود الحقيقية للدرجة ٤١ هي :

$$٤٠.٥ - ٤١.٥$$

$$\therefore \text{الوسيط} = ٤٠.٥ + \frac{1}{2} = ٤٠.٧$$

مثال : اذا كان لدينا درجات ٣٦ طالبا مرتبة في توزيع تكرارى غير

مجمع من الدرجة ٧ الى ١٠.٥ ، يحسب الوسيط كالاتى .

الحل :

الدرجة	التكرار ( ك )	التكرار المتجمع التصاعدي
٧	١	١
٧ر٥	٤	٥
٨	٨	١٣
٨ر٥	١٠	٢٣
٩	٦	٢٩
٩ر٥	٢	٣١
١٠	٣	٣٤
١٠ر٥	٢	٣٦

مذك = ٣٦

$$\text{مقريب الوسيط} = \frac{٣٦}{٢} = ١٨$$

نرى أن للدرجة ١٨ تقع في المسافة من ٨ر٢٥ — ٨ر٧٥ .  
حيث أن للتكرار المتجمع ( ١٣ ) أقل من الحد الأدنى لهذه المسافة ، فأننا  
نرغب في التحرك خلال المسافة ( ١٨ — ١٣ ) بمقدار ٥ تكرارات .  
وحيث أن تكرار ( ك ) هذه المسافة = ١٠ تكرارات ، فإن للوسيط يؤخذ  
على أنه نقطة منتصف هذه المسافة (  $\frac{٥}{١٠} = ٥ر٥$  ) .

وحيث أن الحدود الحقيقية لهذه المسافة تمتد من ٨ر٢٥ — ٨ر٧٥ =  
١ وحدة .

∴ نصف هذه المسافة =  $\frac{١}{٢}$  وحدة .

وبالتالي ، فإن للوسيط هو القيمة ٨ر٢٥ + ٢٥ = ٨ر٥٠

حساب الوسيط من فئات الدرجات :

نرى أن الطريقة السابقة هي حالة خاصة من طريقة تحديد التينيات في



توزيع تكرارى مجمع • فاذا اطلقنا على فئة الدرجة التى تحتوى على  $\frac{n}{2}$

« فئة الوسيط » فاننا نحصل على المعادلة التالية لحساب الوسيط •

الوسيط = الحد الحقيقى الأدنى لفئة الوسيط +

$$\left( \frac{\frac{n}{2} - \text{ك متجمع تصاعدي لفئة السابقة لفئة الوسيط}}{\text{تكرار فئة الوسيط}} \right)$$

× مدى الفئة

مثال :

احسب الوسيط من الجدول التكرارى التالى الذى يوضح توزيع درجات

٣٧ طالبا :

ف	١٧	١٩	٢١	٢٣	٢٥	٢٧	٢٩	٣١	٣٣	٣٥	٣٧
ك	١	٥	٨	٨	٥	٦	صفر	١	صفر	٢	١

الحل :

فئة	ك	ك متجمع تصاعدي
١٧	١	١
١٩	٥	٦
٢١	٨	١٤
٢٣	٨	٢٢
٢٥	٥	٢٧
٢٧	٦	٣٣
٢٩	صفر	٣٣
٣١	١	٣٤
٣٣	صفر	٣٤
٣٥	٢	٣٦
٣٧	١	٣٧

مدك = ٣٧

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{N}{2} = \frac{37}{2} = 18.5$$

بالنسبة للتكرار المتجمع التصاعدي ، يقع الوسيط في الفئة التي تمتد أطرافها من ٢٣ - ٢٥ لأن ك تصاعدي للفئة التي قبلها = ١٤ ، ويمتد الوسيط بمقدار فرق ترتيب الوسيط عن ك تصاعدي للفئة التي يسبقها .

أي أن فرق ترتيب الوسيط عن الفئة = ١٨.٥ - ١٤ = ٤.٥  
 ∴ تكرار الفئة التي يقع فيها الوسيط = ٨

$$\therefore \text{نسبة امتداد الوسيط لهذا التكرار} = \frac{4.5}{8} = 0.56$$

لكن مدى هذه الفئة = ٢

$$\therefore \text{مقدار هذا الامتداد} = 0.56 \times 2 = 1.12$$

$$\therefore \text{الحد الحقيقي الأدنى لفئة الوسيط} = 22.5$$

$$\therefore \text{الوسيط} = 22.5 + 1.12 = 23.6 \text{ تقريبا .}$$

مثال : احسب الوسيط من الجدول التكراري التالي الذي يوضح توزيع درجات ٥٠ طالبا في اختبار ما ..

ف	٢١٠	٢٢٠	٢٣٠	٢٤٠	٢٥٠	٢٦٠	٢٧٠	٢٨٠	٢٩٠	٣٠٠	٣١٠
ك	٢	-	٢	٨	١١	١٢	٦	١	٤	٢	١

الحل :

ك	ك	ق
٣	٣	— ٢١٠
٣	صفر	— ٢٢٠
٥	٢	— ٢٣٠
١٣	٨	— ٢٤٠
٢٤	١١	— ٢٥٠
٣٦	١٢	— ٢٦٠
٤٢	٦	— ٢٧٠
٤٣	١	— ٢٨٠
٤٧	٤	— ٢٩٠
٤٩	٢	— ٣٠٠
٥٠	١	— ٣١٠

٥٠

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{٥٠}{٢} = ٢٥$$

$$\therefore \text{الوسيط} = ٢٥٩٥ + \frac{٢٤ - ٢٥}{١٢} \times ١٠$$

$$= ٢٥٩٥ + \frac{١٠}{١٢} = ٢٦٠٣٣$$

## الخواص الاحصائية للوسيط

١ - مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسيط اقل من  $>$  مجموع الانحرافات المطلقة عن المتوسط .

الانحرافات المطلقة		الدرجة
عن الوسيط	عن المتوسط	
5	8	4
•	4	8
صفر	1	13
2	3	15
7	8	20
	مجموع الانحرافات = 24	مجموع = 60
		(م) المتوسط = 12
		الوسيط = 13

ويعنى هذا ان الوسيط يتوسط توزيع الدرجات اكثر مما يتوسطها المتوسط ولذا كان الوسيط في اى توزيع تكرارى عادى يقع بين المتوسط والحوال .

٢ - يتأثر الوسيط بالدرجات الوسطى :

يتأثر الوسيط بالدرجات الوسطى اكثر من تأثره بالدرجات المتطرفة اى انه عكس المتوسط في هذه الصفة ولذا فهو يصلح اكثر كمقياس للنزعة المركزية عندما تكون اطراف التوزيع متراكمة متجمعة غير مستوية ( اى ملتوى موجب او سالب ) .

## فوائد الوسيط

١ - يصلح لنفس الميادين التى يصلح لها المتوسط وخاصة عندما يكون التوزيع ملتويا ( سواء موجب او سالب ) .

٢ — يصلح في الحالات التي تهدف الى قسمة التوزيع التكرارى الى قسمين متساويين من وسطه فيصبح التوزيع ثنائيا اى أعلى من الوسيط واقل من الوسيط .

## المنوال أو الشائع

### THE MODE

المنوال هو اسهل مقياس من مقاييس النزعة المركزية يمكن الحصول عليه .

والمنوال هو الدرجة الأكثر تكرارا في مجموعة من الدرجات .

المنوال في مجموعة الدرجات ( ٢ ، ٦ ، ٦ ، ٨ ، ٩ ، ٩ ، ٩ ، ١٠ )

هو الدرجة ٩ لأنها أكثر تكرارا عن أى درجة أخرى .

ونلاحظ ان المنوال هو للدرجة الأكثر تكرارا ( الدرجة ٩ في هذا المثال )

وليس تكرار هذه الدرجة ( وهو ٣ في هذا المثال ) .

اما في حالة البيانات المجمة فان المنوال هو منتصف الفئة التي لها أكبر

تكرار .

وبالنسبة للمنحنى التكرارى الممهد ( المسوى ) ، فان المنوال هو القيمة

التي يصل عندها المنحنى لأقصى ارتفاعه .

وعلى ذلك نستخلص التعريف التالى للمنوال : —

### المنوال :

« هو أكثر الدرجات شيوعا ، أو بمعنى أدق هو النقطة التي تدل على

أكثر درجات التوزيع تكرارا » .

وعلى الرغم من أن المنال هو أحد مقاييس النزعة المركزية ، إلا أن هناك

بعض القيود بالنسبة له . مثلا ، إذا اختلف طول الفئة ، فان المنوال يختلف

حتما . بالإضافة الى ذلك ، غالبا ما نجد فئتين غير متجاورتين يكون لهما

نفس التكرار الكبير ، وبالتالي يكون هناك قيمتان للمنوال . ويطلق على

مثل هذا التوزيع بأنه توزيع ثنائي bimodal ويجب أن ننبه بأن الثنائية bimodality هنا ، ربما تكون غير حقيقية لكنها عرضية فقط ، وترجع الى اختيار طول الفئة .

أما إذا كنا نتعامل مع سلسلة منفصلة ( أو متقطعة ) ، مثل حجم الأسرة مثلا . فإن القيمة المتوالية في هذه الحالة تكون أكثر مقاييس النزعة المركزية دقة ولذلك يجب استخدامه ، على الرغم من أنه يعتبر مقياسا أكثر تذبذبا عن الوسيط أو المتوسط . ( ٦ : ١٤ ) .

### الاستخدام الاصطلاحي للنوال :

١ — عندما تكون كل الدرجات في المجموعة لها نفس التكرار ، فلنأخذنا كمثال ان مجموعة الدرجات ليس لها نوال كما هو الحال في المجموعة التالية ١ ، ١ ، ٢ ، ٢ ، ٣ ، ٣ ، ٤ ، ٤ ، ٥ ، ٥ ، ٦ ، ٦ .

٢ — عندما تكون درجتان متجاورتان لهما نفس التكرار وهذا التكرار للشائع اكبر من تكرار أى درجة أخرى ، فإن النوال هو متوسط الدرجتين المتجاورتين . وهكذا ، فإن النوال لمجموعة الدرجات ( ١ ، ١ ، ٢ ، ٢ ، ٣ ، ٣ ، ٣ ، ٣ ، ٤ ، ٤ ) هو ٣٫٥

٣ — إذا وجد في مجموعة من الدرجات درجتان غير متجاورتين لهما نفس التكرار ، وأن هذا التكرار للشائع اكبر من تكرار أى درجة أخرى ، فإنه يوجد نوالان . ففي مجموعة الدرجات :

( ١٠ ، ١١ ، ١١ ، ١١ ، ١٢ ، ١٢ ، ١٣ ، ١٤ ، ١٤ ، ١٤ ، ١٤ )  
( ١٧ ) فإن الدرجة ١١ ، ١٤ تكون كلا منهما منوالا ، ويقال عن مجموعة الدرجات أنها متعددة النوال .

مثال :

لذا كان لدينا للدرجات التالية :

١ ، ٢ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٥ ، ٥ ، ٦ ، ٦ ، ٨

فإن الدرجة ٢ ، ٥ تكون كل منهما منوالا .

### طرق حساب المنوال :

#### ١ — حساب المنوال من تكرار الدرجات :

إذا كان لدينا الدرجات التالية في اختبار ما :

الدرجة	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار (ك)	١	٢	١	٣	٢	١

فاننا نرى أن الدرجة ٤ تكررت ثلاث مرات ، وتكررت الدرجات الأخرى مرة أو اثنين . لذلك ، فإنه بناء على التعريف السابق فإن المنوال يساوى الدرجة ٤ .

#### ٢ — حساب المنوال من فئات الدرجات :

عندما تجمع للدرجات في فئات ، فاننا نجد فئة لها أكبر تكرار . وتسمى هذه الفئة بالفئة المنوالية ، ونذكر أن المنوال متضمن داخل هذه الفئة . ويمكن لأغراض عديدة أن نحدد فقط الفئة المنوالية بدون تحديد قيمة خاصة .

أما إذا رغب في تحديد درجة واحدة للمنوال فاننا نستخدم منتصف الفئة رقم ١ ، فإن الفئة تمتد لأكثر من درجة ، وأذلك فهم لا تدل على نقطة المنوال دلالة دقيقة ولذلك نستعين بمنتصف الفئة للدلالة على منوال التوزيع .

فمثلا :

إذا أردنا أن نحدد المنوال لتوزيع درجات اختبار الرياضة كما هو موضح في الجدول التالي . فاننا نلاحظ أن الفئة الخامسة ، التي تمتد من ٧١ الى ما قبل ٨١ ، لها أكبر تكرار ، وهو ١٩ . ولذلك فهي الفئة المنوالية .

### جدول يوضح التوزيع التكرارى لدرجات اختبار الرياضة

ك	ف
٥	٣١ —
٨	٤١ —
٩	٥١ —
١٤	٦١ —
١٩	٧١ —
١٥	٨١ —
١٠	٩١ —

∴ المنوال = منتصف الفئة = ٧١

### ٣ — حساب المنوال من الوسيط والمتوسط :

تواجه الباحث أحيانا صعوبة في حساب المنوال ، خاصة عندما يكثر عدد الفئات التى تحتوى على أكبر تكرار .

والطريقة الاحصائية لحساب المنوال في هذه الحالة تعتمد على الوسيط والمتوسط في العلاقة الآتية :

$$\text{المنوال} = ٣ \times \text{للسيط} - ٢ \times \text{المتوسط} \quad (١)$$

$$\text{وبحساب قيمة المتوسط عن طريق المعادلة م} = \frac{\text{مجموع (ك} \times \text{ص)}}{\text{ن}}$$

وحساب الوسيط بالمعادلة الخاصة به ثم التعويض في المعادلة السابقة (١) نحصل على قيمة المنوال .

## الخواص الاحصائية للمنوال

١ — لا يتأثر بالدرجات المتطرفة ولا بالدرجات الوسطى وإنما يتأثر بالتكرار نفسه .

### ٢ — عدد الفئات وهما :

يتأثر المنوال بعدد الفئات وبمدى الفئة .



- أى : كلما قل عدد الفئات زاد مدى الفئة وارتفع تكرارها .
- وكلما كثر عدد الفئات قل مدى الفئة وانخفض تكرارها .
- أى أن النوال يخضع فى جوهره لاختيار عدد الفئات أو مداها .

### ٢ — تعدد القمم :

- عندما تتعدد قمم التوزيع التكرارى تتعدد أيضا قمم المنوال .

### فوائد المنوال :

- \* يصلح أيضا مثل المتوسط والتوسيط فى المعايير والمقارنة .
- \* يصلح فى النواحي التربوية ، مثل معرفة العمر المنوالى لمراحل التعليم المختلفة .
- ● ممكن تقدير الفرعة المركزية تقديرا مبدئيا — عن طريق تقدير قيمة المنوال بمجرد النظر لشكل للتوزيع التكرارى .
- ● يصلح لمعالجة المشاكل التى تهدف إلى معرفة درجة تركيز الظاهرة وموقعها ، وخاصة فى النواحي الصناعية والتجارية .
- فمثلا صناعة الأحذية أو الملابس ... تعتمد على المقاييس الأكثر شيوعا .

### انتقاء مقاييس من مقاييس الفرعة المركزية :

- يحسب المتوسط ، الوسيط أو المنوال ، بطريقة آلية بحتة ، ممكن للآلات الحاسبة أن تنجز حسابها بدقة ، لكن الاختيار بالنسبة لهذه المقاييس الثلاثة وتفسيراتها ربما يتطلب فكرا مقرويا . فلكى نقرر أى مقياس من مقاييس الفرعة المركزية ، فاننا نحتاج إلى معرفة المميزات والعيوب اللازمة فى حساب وتفسير كل منها .

ويجب أن تؤخذ الاعتبارات التالية عندما نتولاه مع هذا الاختيار :

- ١ — فى حالة المجموعات الصغيرة يكون المنوال غير ثابت تماما . فائوال فى المجموعة ( ١ ، ١ ، ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٧ ، ٨ ) هو الدرجة ١ .

لكن إذا تغيرت درجة من الدرجات (١) إلى صفر وتغيرت الأخرى إلى ٧ ،  
فإن الخوال يصبح ٧ .

٢ — لا يتأثر الوسيط بحجم الدرجات « الكبيرة » و « الصغيرة » أعلى  
أو أقل منه . فمثلا في مجموعة من ٥٠ درجة فإن الوسيط لا يتغير  
عندما تضاعف أكبر درجة مثلا ثلاث مرات .

٣ — يتأثر المتوسط بكل درجة في المجموعة .

٤ — المتوسط أكثر ثباتا عن الوسيط .

بمعنى إذا أخذنا درجات عينة ن من الأفراد ثم أخذنا عينة أخرى ، فإن  
متوسط العينة يظهر ( أو يبدو — يوضح ) تقريبا أكثر مما يظهره الوسيط  
لكل من العينة .

٥ — تنطبق جميع مقاييس النزعة المركزية ( المتوسط ، الوسيط ،  
الخوال ) وتتساوى جميعا في التوزيع التكراري (الاعتدالي) .

٦ — المتوسط أكثر حساسية للدرجات المتطرفة عن الخوال أو الوسيط  
ويتضح هذا من توزيع الدرجات التالية .

١٣ ، ٩ ، ٦ ، ٤ ، ٣ ، ١

المتوسط لهذه الدرجات =  $\frac{1}{7} = 6$

الوسيط لهذه الدرجات = ٦

الخوال لهذه الدرجات = ٦

فإذا أضفنا الدرجة ٧٠ ( كدرجة ثامنة في هذه المجموعة ) ، نجد أن  
المتوسط =  $\frac{111}{8} = 14$

بإتجاه ٨ وحدات عن المتوسط في الحالة الأولى .

بينما يظل الخوال والوسيط كما هما لا يتغير . لهذا السبب فإن الوسيط  
أو الخوال يكون أكثر تمييزا عندما تكون للبيانات ملتوية .

٧ — اذا رغبتنا في ضم المقاييس لمجموعات عديدة عن البيانات ، فان الخواص الجبرية للمتوسط لديه هذه الميزة . وايضا انه يمكننا ان نستخدم المتوسط الوزني لهذا الغرض ، ولا يخضع الوسيط والنوال لهذا النوع من المعالجة الجبرية .

ويمكن تلخيص الحالات التي يفضل فيها كل من هذه المتوسطات الثلاثة فيما يأتي :

#### يفضل المتوسط في الحالات الآتية :

- ١ — اذا اريد الحصول على مقياس له اكبر درجة من الثبات .
- ٢ — اذا اريد الحصول على معامل يمكن استخدامه في معاملات اخرى كمقاييس التشتت او مقاييس للدالة .
- ٣ — اذا كان توزيع المجموعة متماثلا او قريبا من الاعتدال .

#### يفضل الوسيط في الحالات الآتية :

- ١ — اذا اريد الحصول على معامل في وقت قصير .
- ٢ — اذا كان التوزيع ملتويا للتواء واضحا ، وخاصة اذا كان بالتوزيع قيم متطرفة جدا .
- ٣ — اذا كان البحث يهتم بمعرفة ما اذا كانت قيمة معينة تقع في النصف العلوي او السفلي من التوزيع .

#### يفضل النوال في الحالات الآتية :

- ١ — اذا اريد الحصول على معامل مركزي في اقل وقت دون الاهتمام كثيرا بالدقة .
- ٢ — اذا كان هدف الباحث معرفة للقيمة التي يتفق فيها أغلب أفراد المجموعة .

تمارين :

١ — هذه درجات ٦٠ طالبا في امتحان اللغة الانجليزية والمطلوب تصنيفها في ٧ فئات تبدأ من ١ ، ٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٣٠ ، ٣٥ ، ٤٠ ، ٤٥ ، ٥٠ ، ٥٥ ، ٦٠ .

١٣	٢٣	٢١	٩	٢٩	١٨	١٢	٢٥	٦	٤	٢٦	٨
٢٨	١٧	٦	٣٢	٢٠	٣٣	١٥	٥	١٧	١٧	٣٥	٢١
٢٤	٢٤	١١	١٠	٢٧	٢٧	١١	٢٢	١٦	١٩	٢٠	٢١
١٢	٢١	٧	٣٠	٥	١٣	٤	٥٧	١٩	١٢	١٠	١٧
٢١	٢٥	١٦	٣	٩	٢٢	١٢	٣٣	٢٨	١	٣	٢٥

٢ — فيما يأتى درجات ٥٠ طالبا في اختبار التدرج اللغوية ، والمطلوب تصنيف هذه الدرجات في جدول تكرارى مدى كل فئة فيه ٣ درجات .

٣٥	٣٥	٢٤	٢٢	١٤	١٨	٢٥	٢٨	٣٧	١٥
٣٠	٢٧	٢٥	١٥	٣٦	٥٠	٤٢	٤٥	٣٨	٤٤
٢٣	٢٣	٢٧	٢٨	٣٦	٢٢	٣٤	٤٦	٢٥	٣٤
٣٨	١٧	٤٩	١٩	٣٨	٢٧	٤٥	٢٥	٢٧	٢٨
١٦	٢٢	٢٢	٣٢	٢٩	٣٢	١٩	٨	٣٧	٥

٣ — مثل الجدول التكرارى السابق بالرسم مستخدما في ذلك : —  
( أ ) مضلعا تكراريا .

( ب ) مدرجا تكراريا .

٤ — أعد تصنيف للدرجات السابقة في جدول تكرارى مدى كل فئة فيه ٥ درجات .

٥ — فيما يأتى درجات ٣٨ طالبا في اختبار ما — والمطلوب تصنيف الدرجات في جدول تكرارى مدى الفئة فيه ٥ درجات .

٩٣	٨١	٨٩	٤٤	٧٨	١٠٤	٩٠
٨٤	٧١	٥٨	٨٠	٧٠	٨٢	٦٦
	٦٨	٥٩	٧٥	٤٧	٩٧	١٠٦
	١١٢	٧٢	٧٥	٩٥	٩٧	٨٤
	٦٢	٧٤	٥١	١٠٠	٥٩	١٠٠
	٩١	٧٥	١٠٩	٦٩	٩٥	٨٣

٦ — الجدول التكرارى الآتى يوضح توزيع درجات ٥٠ تلميذ فى اختبار

ما — أوجد المتوسط الحسابى باستخدام مراكز الفئات .

ف	١٤	١٩	٢٤	٢٩	٣٤	٣٩	٤٤	٤٩	٥٤	٥٩	٦٤	٦٩	٧٤
ك	١	١	٤	٢	٤	٨	٨	١٠	٦	٢	٣	١	١

٧ — أوجد المتوسط الحسابى من الجدول السابق بالطريقة المختصرة .

٨ — لحسب الوسيط من الجدول التكرارى الآتى : —

ف	٥١	٥٦	٦١	٦٦	٧١	٧٦	٨١	٨٦	٩١	٩٦	١٠٠
ك	٢	٦	١٠	١٢	١٨	٢٠	١٥	١١	٥	١	١٠٠

٩ — لحسب المتوسط من التوزيع التكرارى الآتى : —

ف	٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥
ك	٢	١٩	١٢	٧	٣

١٠ — الجدول التكرارى الآتى يوضح توزيع درجات ٦٠ طالبا فى اختبار

ما . أوجد : —

( ١ ) المتوسط الحسابى بالطريقة المختصرة .

ف	٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥
ك	٧	٨	١٢	١٢	١٠	٩	١

١١ — الجدول التكرارى الآتى يوضح توزيع درجات ٥٠ طالبا فى اختبار

ما . أوجد :

( ١ ) المتوسط الحسابى بالطريقة المختصرة

ف	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠
ك	٣	١	٤	١٥	١٢	١١	٥

١٢- احسب المتوسط والوسيط من الجدول التكرارى الآتى :

ف	-٧٠	-٧٣	-٧٦	-٧٩	-٨٢	-٨٥	-٨٨
ك	٤	٣	٢	٥	٣	٢	١

١٣- احسب المتوسط من الجدول التكرارى الآتى :

ف	-٧٥	-٧٨	-٨١	-٨٤	-٨٧	-٩٠	المجموع
ك	٣	٢	٤	٣	٥	٣	٢٠

١٤- احسب المتوسط من الجدول التكرارى الآتى :

ف	-٤	-٨	-١٣	-١٦	-٢٠	-٢٤	-٢٨	-٣٢	-٣٦	-٤٠	المجموع
ك	٤	٥	١٦	٢٣	٥٢	٤٩	٢٧	١٥	٧	٢	٢٠٠



## الفصل الرابع

### مقاييس النشئة





## مقاييس التشتت أو التغير

### MEASURES OF VARIATION

#### مقدمة :

لا تكفى مقاييس النزعة المركزية وحدها لمعرفة الصفات الاحصائية اللازمة لوصف الظاهرة . فقد تكون الفروق بين الدرجات بسيطة أو قد تكون واسعة كبيرة رغم تساوى قيم المتوسطات فى كلتا الحالتين .

#### فمثلا :

الدرجات ١٢ ، ٩ ، ٦	المتوسط = ٩
الدرجات ٢٤ ، ٢ ، ١	المتوسط = ٩

لهذا يعتمد الوصف الاحصائى لهذه البيانات العدمية على قياس تشتت الدرجات واختلافها وتباينها . وتساعدنا مقاييس التشتت فى تحديد مقدار التجانس أو التنافر فى توزيع محدد .

فوصف أى توزيع تكرارى يتطلب ، مقياسا ما لدرجة التشتت أو التباين فى تلك المجموعة . فمثلا فى حالة تساوى تلاميذ فصل ما فى نسبة ذكائهم يدرس لهم بطريقة مختلفة عنه اذا كانت نسب ذكائهم تتراوح من ٨٠ — ١٤٠ .

كذلك يحاول الباحث عادة تقليل درجة التباين فى العينات المختلفة ، فى المتغيرات الهامة بالنسبة لغرضه ، والتي لا تكون موضع اهتمامه فى هذا الوقت وفى هذه الحالة لا تطبق التعميمات الا على المجموعات المماثلة فحسب . وتتلخص مقاييس التشتت فى :

المدى الكلى — الارباعيات — المئينيات — الاعشاريات — الانحراف المعيارى — والتباين .

#### المدى الكلى :

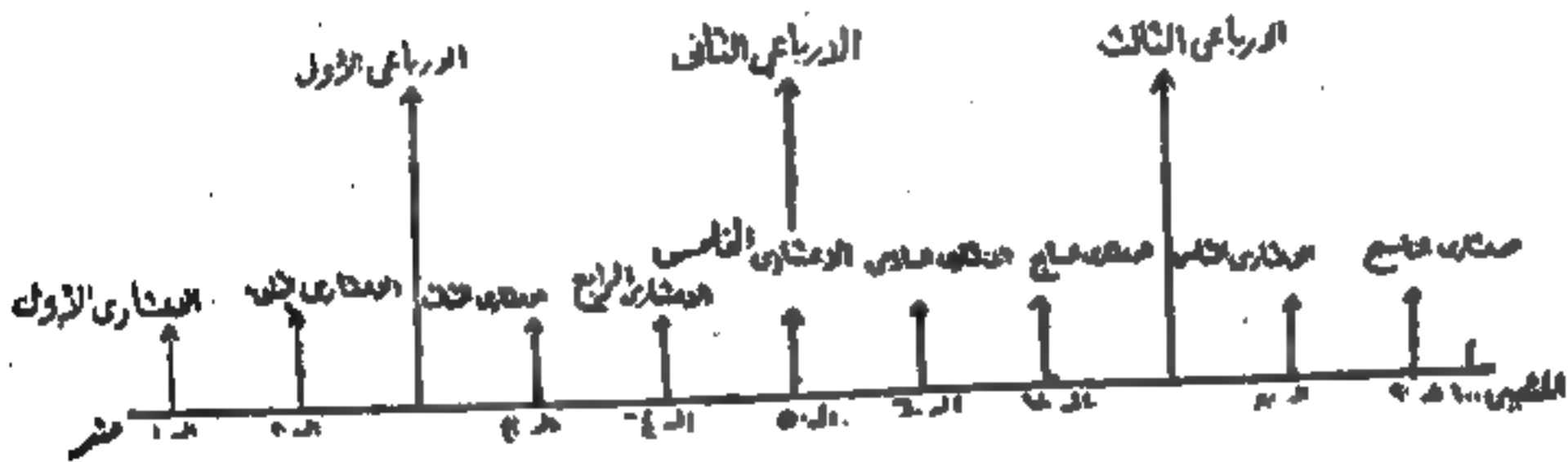
هو اقل مقاييس التشتت دقة ، وهو أيضا أسهلها فى طريقة حسابه فهو يساوى الفرق بين أعلى درجة واقل درجة . ويعطى المدى الكلى لتوزيع

الدرجات معلومة بسيطة عن التشتت . الا ان هذا الأسلوب لا يعتمد عليه باى حال ، طالما ان مجرد تغير أداء شخص واحد ، قد يكون له أثر كبير على المدى الكلى . وهو لا يصلح علميا للمقارنة لانه يعتمد فقط على أكبر درجة وأصغر درجة . وله أهمية في مقارنة التوزيعات التكرارية المختلفة لمعرفة مدى تشتت الدرجات بشرط ان يكون عدد الدرجات متساويا ، وعندما تختلف عدد الدرجات تبطل هذه الفائدة .

### : Quantiles

تستخدم الـ Quantiles في شرح مجموعة من الملاحظات . وهو نقطة على مقياس عددي يفترض ان يقع تحتها مجموعة من الملاحظات . وهو يقسم مجموعة الملاحظات الى مجموعتين بنسب معروفة في كل مجموعة . وتعتبر الارباعيات والمئينيات والاعشاريات ثلاثة امثلة للـ Quantiles

والشكل التالي يوضح العلاقات بالنسبة لهذه الامثلة الثلاثة .



شكل رقم (٢) يوضح العلاقة بين المئينيات والارباعيات والدرجيات

## الأرباعيات

### QUARTILES

الأرباعيات هي النقاط التي تقسم التوزيع التكرارى الى أربعة أقسام متساوية بحيث تكون درجات التوزيع مرتبة ترتيبا تصاعديا . والأرباعى هو وسيلة لقياس امكانية التغير أو التشتت في التوزيع الثينى . والأرباعى يقسم التوزيع الى أربعة أجزاء على مقياس من صفر — ١٠٠ ، ويطلق على الثينى الـ ٢٥ الأرباعى الأول ( ب<sub>١</sub> ) .

فالأرباعى الأول هو النقطة التي تسبقها ربع الدرجات وتليها  $\frac{3}{4}$  الدرجات .

$$\text{رتبة الأرباعى الأول} = \frac{N}{4}$$

الأرباعى الثانى هو للنقطة التي تسبقها  $\frac{2}{4}$  الدرجات وتليها  $\frac{2}{4}$

$$\text{أى أن رتبته} = \frac{N}{2} \text{ و } \frac{N}{4} \text{ أى أنه = الوسيط ( ب<sub>٢</sub> ) .}$$

والثينى الـ ٧٥ من التوزيع هو الأرباعى الثالث ( ب<sub>٣</sub> ) ، أى هو النقطة التي تسبقها  $\frac{3}{4}$  الدرجات وتليها  $\frac{1}{4}$  الدرجات .

$$\text{رتبة الأرباعى الثالث} = \frac{3N}{4}$$

وتحسب هذه الأرباعيات بنفس طريقة حساب الوسيط مع اختلاف في تحديد ترتيب كل إرباعى .

نصف مدى الانحراف الأرباعى ( أو نصف المدى الربيعى )

المسافة بين الإرباعى الثالث ( ب<sub>٣</sub> ) والإرباعى الأول ( ب<sub>١</sub> ) هي مدى الـ ٥٠٪ في المنتصف ، أو مدى ما بين الإرباعى .

or Interquartile rang

يحدد الانحراف الأرباعى أو نصف مدى الانحراف الأرباعى بطرح الأرباعى

الأول من الأرباعي الثالث ، وبذلك نستبعد الربعين المتطرفين في التوزيع ، ونستخلص من ذلك المنطقة الوسطى للتوزيع ، التي تشمل نصف الدرجات التكرارية .

مدى الانحراف الأرباعي =  $b_3 - b_1$  .

نصف مدى الانحراف الأرباعي =  $\frac{b_3 - b_1}{2}$

وتمدنا الأرباعيات بمقياس التغير أكثر دقة عن ما يمدنا به المدى ، وعموما ، يرى ( أو ينصح ) مدى الاختبارات بأن « الطالب المتوسط » يقع بين  $b_1$  ،  $b_3$  ، وينصح باستخدام هذه الأرباعيات لتحديد هؤلاء الأفراد الذين ينحرفون بدرجة كافية عن الوسيط . بطريقة أخرى ، إذا بحثنا درجات هؤلاء الأفراد الذين يقعون أسفل المئينى الـ ٢٥ أو الأرباعي الأول ، والذين يقعون أعلى المئينى الـ ٧٥ أو الأرباعي الثالث يعطينا تقريبا غير دقيق « لدلالة الانحراف » عن نقطة المنتصف .

مثال :

ف	ك	ك متجمع تصاعدي
٥٠ —	٢	٢
٦٠ —	١	٣
٧٠ —	٦	٩
٨٠ —	٨	١٧
٩٠ —	١٢	٢٩
١٠٠ —	٢١	٥٠
١١٠ —	١٧	٦٧
١٢٠ —	١٢	٧٩
١٣٠ —	٩	٨٨
١٤٠ —	٧	٩٥
١٥٠ —	٥	١٠٠

$$\text{ترتيب الارباعى الاول} = \frac{N}{4} = \frac{100}{4} = 25$$

هذا الترتيب اكبر من التكرار المتجمع التصاعدى ١٧ واقل من التكرار المتجمع التصاعدى التالى له ٢٩ .

فالارباعى الاول يمتد فى الفئة التكرارية المقابلة للتكرار المتجمع ٢٩ اى فى الفئة ٨٩٥ — ٩٩٥ بقيمة مقدارها ٢٥ — ١٧ = ٨

تكرار هذه الفئة = ١٢ ومداها ١٠

$$\text{.. الارباعى الاول} = ٨٩٥ + 10 \times \frac{8}{12} = ٦٦ + ٨٩٥$$

$$\text{.. الارباعى الاول ب} = ٩٦١$$

$$\text{ترتب الارباعى الثانى} = \frac{N^2}{4} = 100 \times \frac{2}{4} = 50 \text{ وموقعه فى}$$

الفئة التى تمتد من ٩٩٥ — ١٠٩٥

قيمة الارباعى الثانى ب = الحد الاعلى للفئة = ١٠٩٥ = الوسيط .

$$\text{ترتيب الارباعى الثالث} = \frac{N^3}{4} = 100 \times \frac{3}{4} = 75$$

$$\text{.. قيمة الارباعى الثالث} = ١١٩٥ + 10 \times \left( \frac{77 - 75}{12} \right)$$

$$= ١٢٦١ = ١١٩٥ + 10 \times \frac{2}{12} = ٦٦ + ١١٩٥$$

$$\text{نصف مدى الانحراف الارباعى} = \frac{ب_2 - ب_1}{2}$$

$$= \frac{١٢٦١ - ٩٦١}{2} = \frac{30}{4} = 15$$

## الفوائد العملية للأرباعيات

### ١ - قياس التشتت :

تصلح الأرباعيات لقياس التشتت وخاصة نصف مدى الانحراف الأرباعي . ويمتاز عن الانحراف المعياري بأنه أسهل وأسرع وأبسط في معناه ، ولكنه لا يخضع للمعالجة الجبرية التي يخضع لها الانحراف المعياري . ( لأنه لا يأخذ في الاعتبار قيم الدرجات الفردية ، كما أنه يغفل تماما الدرجات التي تقع بعد النقطتين المئنتين - المئني للـ ٢٥ والمئني للـ ٧٥ ) .

ولهذه الأسباب يعطى هذا الأسلوب مقياسا للتشتت ، أقل ثباتا - ويقتصر استخدامه على الحالات التي يراد فيها حساب مقياس سريع للتشتت

### ٢ - المستويات والمستويات :

للأرباعيات أهمية كبرى في معرفة نقط التوزيع التكراري التي تحدد المستويات العليا والوسطى والدنيا .

فالأرباعي الأول مثلا يحدد للنسبة المئوية المساوية لـ ٢٥ وهي تحدد المستوى الضعيف .

والأرباعي الثالث يحدد النسبة المئوية المساوية لـ ٧٥ وهي تحدد المستوى الممتاز .

وعلى ذلك تصلح الأرباعيات لتقنين الاختبارات والمقاييس المختلفة .

## للمئينيات والإعشاريات

للمئينيات هي النقط التي تقسم التوزيع التكراري الى أجزاء مئوية ، فالمئين هو الدرجة التي يقع تحتها نسبة مئوية من توزيع الدرجات فمثلا ، المئين الـ ٧٥ للتوزيع هو الدرجة التي يكون أقل منها ٧٥٪ من درجات التوزيع وأكبر منها ٢٥٪ .





## الخواص الاحصائية للمئينيات والاعشاريات

لا تختلف كثيرا عن خواص الاربعائيات الا في نواح يسيرة تقوم في جوهرها على كثرة عدد المئينيات والاعشاريات . وهذا له اثره في تغيير الصورة العامة النهائية للتقسيم إلى المئينى أو الاعشارى . من المثال السابق نجد أن النقط المئينية تتباعد عن بعضها في الأطراف وتتقارب في الوسط .

فمثلا :

الفرق بين المئينى ٢٠ ، ١٠ = ١١٢٥

المئينى ٦٠ = ١٠٩٥ + ١٠ = ١١٥٣

المئينى ٥٠ = ١٠٩٥

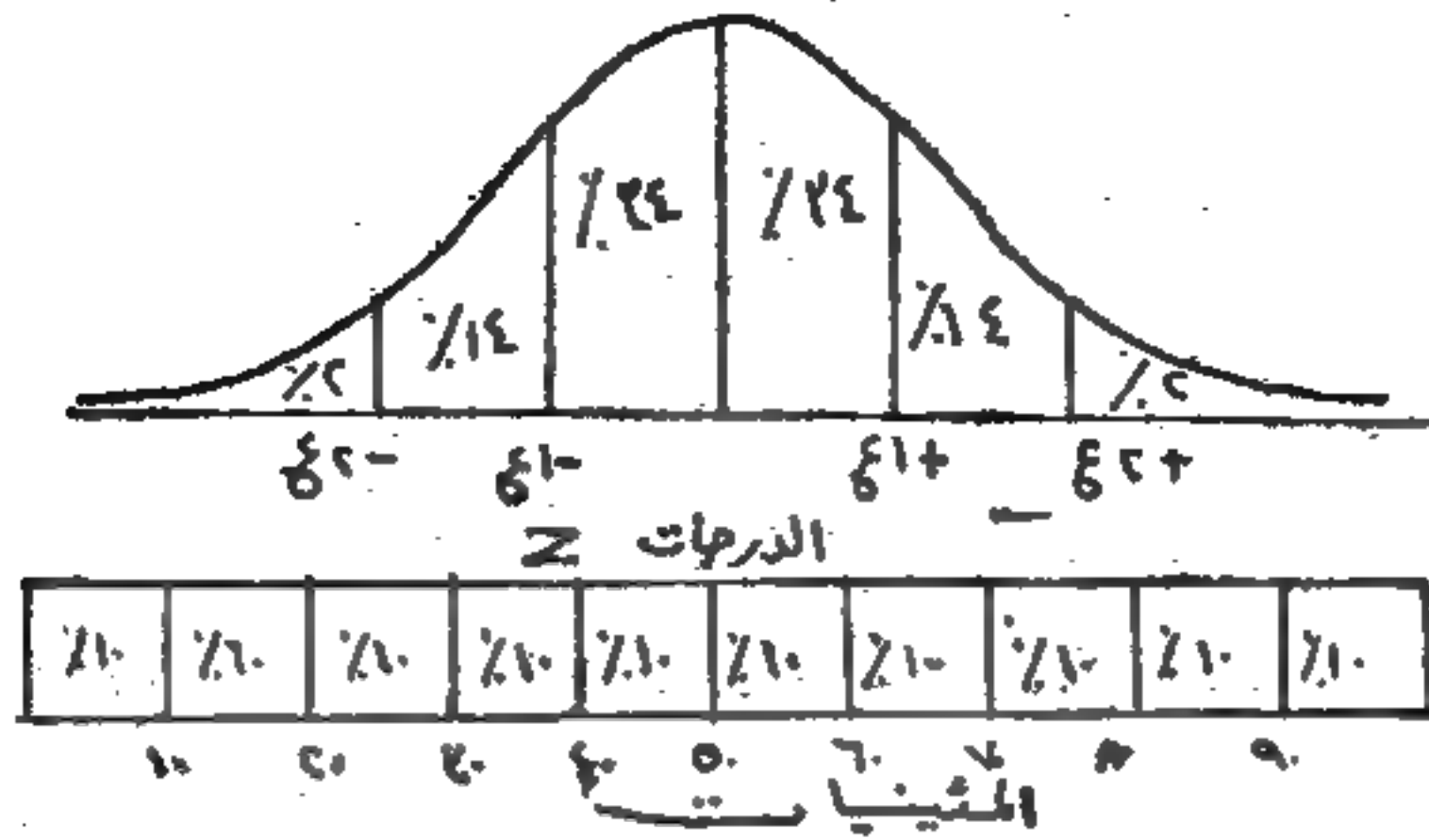
الفرق بين المئينى ٥٠ ، ٦٠ = ٦٨

أي أن فروق النقط المئينية تقل بالقرب من مناطق تركيز التوزيع التكرارى وتزداد بالقرب من المناطق التى يقل فيها التوزيع . أى أن الفروق الفردية تزداد حساسيتها بالقرب من المناطق الوسطى وتضعف هذه الحساسية بالقرب من المناطق المتطرفة . وذلك لأن للتغيرات الضيقة الصغيرة في الدرجات تؤثر تأثيرا كبيرا في مراتب النقط المئينية الوسطى . والتغيرات الواسعة الكبيرة في الدرجات تؤثر تأثيرا قليلا في مراتب النقط المئينية المتطرفة .

بما أننا نستخدم المئينيات في تحديد مستويات الأفراد بالنسبة لدرجات القياس سواء كان في اختبار أو امتحان ما . . . إذن ، فتلك النقط المئينية قياسا في قياس فروق تلك المستويات عند منتصف التوزيع ، وتتخفف كثيرا في قياسها لتلك الفروق عند الأطراف الدنيا والعليا .

وذلك لأن توزيع المئينيات ليس متماثلا حول نقطة النزعة المركزية ، وتتخذ المئينيات نمطا قائم للزوليا من التوزيع كما هو في الشكل القالى .

( ٦٠ : ١ )



شكل رقم (٢) يوضح العلاقة بين المئينيات وتوزيعات المنحنى الاعتدالي

ويتضح أن هناك اختلافا تاما بين الدرجات في المئين الأول الأعلى والأقل في المجموعة على المنحنى الاعتدالي ، والدرجات التي تقع عند نقط المئينية للـ ٤٩ ، أو الـ ٥١ ، فمثلا ، إذا كانت درجة تلميذ قبل الاختبار تقع عند أحد الطرفين العلويين للمنحنى الاعتدالي ثم حسن درجته بخمس نقط مئينية ، فإن الفرق يتضح بسرعة . أما إذا تم نفس التحسين في منتصف التوزيع فإنه يلاحظ بصبر

وذلك لأن شكل للتوزيع المئيني مقلحا وقائم الزوايا . وتوزع الدرجات بالنسبة للـ ١٠٠ نقطة في مسافات متساوية . وعندما تحول للدرجات المئينية إلى وحدات درجة معيارية ، فإنها تدمج أو تضغط بشدة في منتصف التوزيع ويتشتت عند الأطراف . ويحدث عكس هذا الموقف عندما تحول الدرجات المعيارية إلى رتب مئينية .

ولذا يستحسن تجزئة المناطق المتطرفة إلى نقط مئينية متعددة متقاربة وبذلك تنظم هذه النقط في الصورة المعتلة التالية :

١ ، ٥ ، ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٤٠ ، ٥٠ ، ٦٠ ، ٧٠ ، ٨٠ ، ٩٠ ، ٩٥ ، ٩٩ .

وذلك حتى نساوي بين الانبساط للطرف والانقباض المركزي إلى حد كبير .

### الفوائد العملية والتطبيقية للمثنيات والاعشاريات

حيث أن المثنيات والاعشاريات تقسم التوزيع التكرارى الى ما هو أكبر من أو أقل من حد فاصل ، إذن فهي تحدد مستويات متدرجة للبيانات الرقمية التى يشتمل عليها للتوزيع .

وهكذا تصلح هذه الطريقة الى حد كبير فى تحديد مستويات ومعايير الأفراد فى أى اختبار . وتجدر أهمية هذه المعايير فى فهمنا للدرجات الخام التى يحصل عليها الفرد عندما تقسب الدرجات الخام الى مستويات الجماعة التى أجرى عليها الاختبار .

وعندما تكون هذه الجماعة كبيرة وممثلة تماما لجميع الأفراد وعندما يهذب المنحنى التكرارى بحيث يقترب من التوزيع الاعتدالى ، فإن هذه المثنيات تصبح مقاييس ومعايير صالحة للمقارنة والمقابلة بين درجات أى فرد فى ذلك الاختبار والمستويات التى حددتها درجات تلك الجماعة .

#### ملحوظة :

إذا أجرى اختبار ذكاء على آلاف من أطفال سن ٦ — ٧ سنوات ثم حسبت النقط المثنية لدرجات هؤلاء الأفراد ، أمكن اتخاذ هذه النقط معايير لتحديد مستويات ذكاء أى فرد يمتد عمره من ٦ — ٧ سنوات . وبما أن هذه النقط المثنية تحدد منتصف درجات كل اختبار عند المثنى ٥٠ أو الاعشارى الخامس . إذن فهي بذلك تقسب جميع التوزيعات التكرارية الى منتصف واحد ثابت .

وهكذا نستطيع أن نقارن نتائج الاختبارات المختلفة بمقارنة نقطها المثنية أو أن نقارن نتائج الجماعات المختلفة بالنسبة لاختبار واحد وذلك بمقارنة نقطها المثنية أيضا .

## الانحراف المعياري

### STANDARD DEVIATION

يعتبر الانحراف المعياري من أهم مقاييس التشتت جميعها وأكثرها استخداما . تستخدم الارباعيات والمئينيات في شرح التغير ( أو التشتت ) وذلك عندما يستخدم الوسيط ليدل على النزعة المركزية . بينما تستخدم الانحراف المعياري كمقياس وصفي عندما يستخدم المتوسط لتحديد النزعة المركزية . ويرمز للانحراف المعياري للمجتمع بالرمز (  $\sigma$  ) ويرمز للانحراف المعياري للعينة بالرمز (  $\sigma_c$  ) وتعطينا هذه الوحدات المتوسطات التي يمكن بواسطتها المقارنة بين الأفراد أو المجموعات المختلفة بالنسبة للتشتت حول المتوسط . فمثلا ، ربما نجد مجموعتين لهما نفس المتوسط بالنسبة للحصول لكن مجموعة منهما متجانسة والأخرى غير متجانسة .

والانحراف المعياري يقوم في جوهره على حساب انحراف الدرجات عن متوسطها ثم تربيع هذه الانحرافات لتخلص من الإشارة السالبة ، ثم جمعها ، والقسمة على عدد الدرجات ، ثم أخذ الجذر التربيعي لهذه الدرجة .

ويطلق على متوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط اسم التباين .  
أي أن مربع الانحراف المعياري = التباين .

هناذا رمزا للانحراف المعياري بالرمز  $\sigma$

$$\sigma = \sqrt{\text{التباين}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \sigma^2}{n}}$$

حيث  $n$  عدد الأفراد

$\sigma^2$  مربع انحرافات الدرجات عن المتوسط .

ويستخدم الانحراف المعياري لتحديد مقدار انحراف قيمة معينة عن المتوسط بالنسبة لبقى للقيم في التوزيع . فمثلا ، إذا افترضنا أن درجات نسبة للذكاء IQ وزعت توزيعا اعتداليا ، فإن درجة المتوسط تكون عند ١٠٠

بأنحراف معيارى ١٥ نقطة • فإذا حصل فرد على الدرجة ١١٥ ، فإن انحرافه المعيارى =  $1 + 0$  وإذا كانت درجته ٧٠ ، فإن انحرافه المعيارى =  $2 - 0$  وتدلنا هذه الأرقام على الوضع النسبى فقط • ( ١ : ٦٠٠ ) •

## طرق حساب الانحراف المعيارى

١ - من الدرجات الخماس :

مثال :

لإيجاد الانحراف المعيارى لدرجات ١٠ تلاميذ فى اختبار اللهم نتبع الآتى :

الدرجة ( س )	انحرافها عن المتوسط ( ح )	مربع انحرافها عن المتوسط ( ح <sup>٢</sup> )
١٢	صفر	صفر
٦	١ -	١
١٥	٢	٩
٣	١ -	١
١٢	صفر	صفر
٦	١ -	١
٢١	٩	٨١
١٥	٢	٩
١٨	٦	٣٦
١٢	صفر	صفر
مجموع = ١٢٠	صفر	٢٨٨
م = ١٢		

يلاحظ أن المجموع للجبرى لانحرافات الدرجات عن المتوسط ( م ح ) يسبلى صفر دائما •

وحيث أننا نستخدم الانحرافات عن المتوسط لتحديد مقياس التشتت ، لذلك نربع انحراف كل درجة ونجمع مربع الدرجات • وناتج هذا المجموع يكون

كبيرا عندما تكون الدرجات غير متجانسة ( كما في هذا المثال مد ح = ٢٨٨ ) ،  
وصغيرا عندما تكون الدرجات متجانسة كما سنرى في المثال التالي :

$$\therefore \text{التباين} = \frac{\text{مد ح}}{ن} = \frac{٢٨٨}{١٠}$$

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{\text{مد ح}}{ن}} = \sqrt{\frac{٢٨٨}{١٠}} = \sqrt{٢٨.٨}$$

مثال :

أوجد الانحراف المعياري لدرجات ١٠ تلاميذ في اختبار القراءة .

الدرجة (س)	ح	ح'
١٢	صفر	صفر
١٠	٢—	٤
١٢	صفر	صفر
١٤	٢	٤
١٠	٢—	٤
١٣	١	١
١٢	صفر	صفر
١١	١—	١
١٤	٢	٤
١٢	صفر	صفر
مجموع = ١٢٠	صفر	١٨
م = ١٢		

$$\therefore \text{التباين} = \frac{١٨}{١٠}$$

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{١٨}{١٠}} = \sqrt{١.٨}$$

يلاحظ هنا أن التغير ( مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط ) = ١٨

أقل منه في المثال السابق  $288 =$  مما يدل على أن هذه المجموعة متجانسة .

### تمارين :

١ — هذه درجات ٧ طالبات في اختبار ما — أوجد الانحراف المعياري

للدرجة : ٢ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٧ .

٢ — هذه درجات ١٤ طالبة في اختبار ما — لحسب الانحراف المعياري .

للدرجة : ٢٦ ، ٢٦ ، ١٨ ، ٢٨ ، ١٧ ، ٢٣ ، ٢٨ ، ٢٥ ، ٢٣ ،

١٥ ، ٢٨ ، ٢١ ، ٢٠ ، ٢٤ .

### ٢ — حساب الانحراف المعياري للدرجات للتكرارية :

إذا كان لدينا مثلاً ، درجات ١٠ أفراد في اختبار ما — موضوعة في صورة الدرجة وتكرارها ( أي عدد الأفراد الذين حصلوا على هذه الدرجة ) ، ولحساب الانحراف المعياري يلزمنا حساب المتوسط الحسابي لهذه الدرجات حيث أن الانحرافات تعتمد في جوهرها على هذا المتوسط . ولذلك نضرب كل درجة في تكرارها حتى نحصل على المجموع الكلي للدرجات ثم نتبع الخطوات للموضحة في الجدول الآتي : —

الدرجة (س)	التكرار (ك)	ك × س	ح	ح'	ك × ح'
٤	٢	٨	٢ —	٤	٨
٥	٣	١٥	١ —	١	٣
٦	٣	١٨	صفر	—	—
٩	١	٩	٣	٩	٩
١٠	١	١٠	٤	١٦	١٦

مجموع ك = ١٠      مجموع (ك × س) = ٦٠      ٣٦

$$\therefore م = \frac{60}{10} = 6$$

∴ متوسط مربع الانحرافات عن المتوسط =  $\frac{36}{10} = 3.6$

∴ الانحراف المعياري  $= \sqrt{36} = ٦$  تقريباً

أي أن معادلة الانحراف المعياري في هذه الحالة هي :

$$\sqrt{\frac{\text{م.د (ك} \times \text{ح}^2)}{ن}} = ع$$

### ٢ - حساب الانحراف المعياري لفئات الدرجات بالطريقة المختصرة :

إذا جمعت القيم أو الدرجات على هيئة فئات في جدول تكراري ، نضطر لإيجاد الانحراف المعياري بالطريقة المختصرة وهي تعتمد على ما اعتمدت عليه الطريقة المختصرة لحساب المتوسط . فهي تفرض أن مدى الفئة ١ بدلاً من المدى الحقيقي لها . وتفرض متوسطاً تخمينياً في أي فئة ما تقترب من وسط التوزيع التكراري ، وتجعل قيمة هذا المتوسط مساوياً للصفر . ثم تحسب الانحرافات عن هذا الصفر ، بحيث تصبح انحرافات لفئات الأقل منه متسلسلة بالطريقة التالية : - ١ ، - ٢ ، ... وتصبح انحرافات لفئات الأكبر منه متسلسلة بالطريقة التالية : ١ ، ٢ ، ٣ ، ... ثم يحسب متوسط الانحرافات التكرارية ومتوسط مربعات الانحرافات التكرارية بنفس الطريقة التي بيناها في حسابنا للانحراف المعياري للدرجات التكرارية . ثم يصحح التقدير الفرضي للفئة والمتوسط بالمعادلة الآتية التي تعطينا النتيجة النهائية للانحراف المعياري .

---

$$ع = ف \sqrt{\text{متوسط مربعات الانحرافات} - \text{مربع متوسط الانحرافات}} .$$



مثال :

ف	ك	ح	ك × ح	ح	ك × ح
صفر	٢	٥	١٠	٢٥	٥٠
—٥	٣	٤	١٢	١٦	٤٨
—١٠	٨	٣	٢٤	٩	٧٢
—١٥	٢٩	٢	٥٨	٤	١١٦
—٢٠	٥١	١	٥١	١	٥١
—٢٥	٧٢	صفر	صفر	صفر	صفر
—٣٠	٩٧	١	٩٧	١	٩٧
—٣٥	٤٨	٢	٩٦	٤	٢٩٢
—٤٠	٢٤	٣	٧٢	٩	٢١٦
—٤٥	١٥	٤	٦٠	١٦	٢٤٠
—٥٠	١	٥	٥	٢٥	٢٥

م.ك = ٣٥٠      ١٧٥      ١١٠٧

الانحراف المعياري = ف / متوسط مربعات الانحرافات — مربع متوسط انحرافات

$$\sqrt{\left(\frac{175}{350}\right) - \frac{1107}{350}} = ٥$$

$$\sqrt{٥} = ٢١٦٢٩ - (٥٠)$$

$$\sqrt{٥} = ٢٩١٢٠ = ٨٥ تقريباً$$

ويمكن صياغة الانحراف المعياري في صورة رمزية كالآتي :

$$ع = ف \sqrt{\frac{\text{م.ك} (ك \times ح)}{ن} - \frac{\text{م.ك} (ح \times ح)}{ن}}$$

٤ — حساب الانحراف المعياري بالطريقة العامة :

وهي أدق طريقة لحساب الانحراف المعياري حيث أنها تعتمد على الدرجات الخام دون الاستعانة بالانحرافات . وهي لذلك لا تحتاج الى تصحيح اثر الفئات ويحسب الانحراف المعياري بالمعادلة الآتية : —

$$ع = \sqrt{\text{متوسط مربعات الدرجات} - \text{مربع متوسط الدرجات}}$$

فإذا رمزنا الى الدرجة بالرمز س ٦ مربع الدرجة س<sup>٢</sup>

$$\therefore \text{متوسط مربعات الدرجات} = \frac{\text{مجموع } س^2}{ن} \quad \text{حيث } ن \text{ عدد الدرجات}$$

$$\text{متوسط الدرجات} = \frac{\text{مجموع } س}{ن}$$

$$\therefore \text{مربع متوسط الدرجات} = \left( \frac{\text{مجموع } س}{ن} \right)^2$$

وتتحول المعادلة السابقة الى الصورة الرمزية التالية :

$$ع = \sqrt{\frac{\text{مجموع } س^2}{ن} - \left( \frac{\text{مجموع } س}{ن} \right)^2}$$

مثال :

يوضح الجدول التالي درجات ٧ طالبات — لحساب الانحراف المعياري  
نتبع الآتي :

الدرجة (س)	مربع الدرجة س <sup>٢</sup>
٢	٤
٦	٣٦
٨	٦٤
١٠	١٠٠
١٢	١٤٤
١٥	٢٢٥
١٧	٢٨٩

مجموع = ٨٦٢

مجموع = ٧٠

م = ١٤

$$\sqrt{\left(\frac{70}{100}\right) - \frac{862}{100}} = \text{ع.م.}$$

$$\sqrt{100 - 123.14} =$$

$$\sqrt{23.14} = 4.8 \text{ تقريباً}$$

نتيجة :

لحساب الانحراف المعياري من الجدول التكراري الآتي والذي يوضح توزيع درجات ٥٠ طالباً في اختبار اللغة .

ف	ك
٢١٠ - ٢٢٠ - ٢٣٠ - ٢٤٠ - ٢٥٠ - ٢٦٠ - ٢٧٠ - ٢٨٠ - ٢٩٠ - ٣٠٠ - ٣١٠	٣ صفر ٢ ٨ ١١ ١٢ ٦ ١ ٤ ٢ ١

الحل:

ف	ك	ح	ك ح	ح	ك ح
٢١٠-	٢	٥-	١٥-	٢٥	٧٥
٢٢٠-	صفر	٤-	صفر	١٦	صفر
٢٣٠-	٢	٢-	٦-	٩	١٨
٢٤٠-	٨	٢-	١٦-	٤	٢٢
٢٥٠-	١١	١-	١١-	١	١١
٢٦٠-	١٢	صفر	صفر	صفر	صفر
٢٧٠-	٦	١	٦	١	٦
٢٨٠-	٤	٢	٢	٢	٤
٢٩٠-	٤	٢	١٢	٩	٣٦
٣٠٠-	٢	٤	٨	١٦	٢٢
٣١٠-	١	٥	٥	٢٥	٢٥
	٥٠		٤٨-		٢٣٩

$$\frac{٢٣}{١٥-}$$

$$\sqrt{\frac{\text{مدك ح}^2}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مدك ح}^2}{\text{ن}}\right)} = \text{ع} = \text{ف}$$

$$\sqrt{\left(\frac{١٥-}{٥٠}\right) - \frac{٢٣٩}{٥٠}} = ١٠ =$$

$$\sqrt{\frac{٢٣٥}{٢٥٠٠} - ٤٧٨} = ١٠ =$$

$$\sqrt{١٠ = ٤٧٨ - ٢٠٩} = ٢١٦٦ = \sqrt{٤٦٩}$$

## التباين

### VARIANCE

رأينا أن التباين هو متوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط ، أي أنه مربع الانحراف المعياري .

والتباين من أهم مقاييس التشتت لاعتماده المباشر على الانحراف المعياري . أيضا هو إحدى المتوسطات لأنه في جوهره متوسط لمربعات الانحرافات ولذلك فهو يصلح لقياس الفروق الجماعية بين الأنواع المختلفة للتوزيعات التكرارية . مثل : حساب الفروق بين مستويات تحصيل الطلبة والطالبات بالنسبة لأي مادة من المواد . ويسمى هذا النوع من التحليل بتحليل التباين .

وللتباين فائدته الإحصائية المباشرة في قياس الانحراف المعياري للمجموعات المختلفة أو ما يمكن أن نسميه بالانحراف المعياري الوزني .

### مثال :

احسب الانحراف المعياري لدرجات الطلبة والطالبات وذلك بمعرفة عدد الأفراد والمتوسط والانحراف المعياري لكل مجموعة منهما :

المجموعة ب

$$ن_2 = 20$$

$$م_2 = 50$$

$$ع_2 = 2$$

المجموعة أ

$$ن_1 = 70$$

$$م_1 = 60$$

$$ع_1 = 3$$

$$\text{عدد المجموعتين } ن = ن_1 + ن_2$$

$$م = م_1 + م_2$$

$$\text{المتوسط الوزني} = \frac{ن_1 \times م_1 + ن_2 \times م_2}{ن_1 + ن_2}$$

$$\therefore \text{المتوسط الوزني ( م )} = \frac{70 \times 60 + 20 \times 50}{70 + 20} = 57$$

فكرة التباين تقوم في جوهرها على حساب مربعات فروق الانحرافات .

نحسب مربع فرق كل متوسط عن المتوسط العام .

فرق متوسط المجموعة ١ عن المتوسط العام  $Q_1$

$$Q_1 = (M_1 - M) = (60 - 57) = 3 = Q_1^2 = 9$$

$$Q_2 = (M_2 - M) = (50 - 57) = -7 = Q_2^2 = 49$$

ونكتب معادلة التباين الوزني معادلة المتوسط الوزني مع اختلاف بسيط يدور في جوهره حول فكرة مربعات الفروق .

$$\text{التباين الوزني} = \frac{N_1 \times Q_1^2 + N_2 \times Q_2^2 + N_3 \times Q_3^2 + N_4 \times Q_4^2}{N_1 + N_2 + N_3 + N_4}$$

$$= \frac{30 \times 49 + 70 \times 9 + 20 \times 3 + 70 \times 3}{30 + 70}$$

$$= 2850$$

$$\therefore C = \text{الانحراف المعياري للمجموعتين} = \sqrt{2850} = 53.4$$

ويمكن الاستفادة بهذه الطريقة لحساب الانحراف المعياري الوزني لأي عدد من المجموعات المختلفة وذلك عن طريق معرفة عدد كل منها ، متوسطها ، والانحراف المعياري لكل منها .

## مقارنة بين مقاييس التشتت

كما سبق ، نجد أن المدى المطلق هو أقل مقاييس التشتت دقة وثباتاً ، وخاصة في حالة وجود قيم متطرفة لا تمثل المجموعة التي ينتمي إليها .

ثم وجدنا أن نصف المدى الربيعي ( نصف مدى الانحراف الأرباعي ) يقتصر على مدى للنصف المتوسط من مجموع القيم . إلا أنه لا يتعرض إلا لقيمتين هما الربيع الأدنى والربيع الأعلى فقط . ويستخدم عندما يراد للحصول على مقياس تقريبي للتشتت في وقت قصير . وعندما يكون في المجموعة قيم متطرفة .

أما الانحراف المعياري فهو أكثر مقاييس التشتت دقة نظرا لأنه يستخدم في حسابه جميع قيم المجموعة .

ويستخدم الانحراف المعياري في كثير من الطرق الإحصائية الأخرى ، كما في حالة معاملات الارتباط أو مقاييس الدلالة . ولذلك فهو أكثر مقاييس التشتت استخداما E

### تمارين :

١ - أوجد نصف مدى الانحراف الأرباعي من الجدول التكراري الآتي :

ف	صفر	-٥	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	-٣٠	-٣٥	-٤٠	-٤٥	-٥٠
ك	٢	٣	٨	٢٩	٥١	٧٢	٩٧	٤٨	٢٤	١٥	١

٢ - هذه درجات ١٥ طالب في امتحان ما . احسب الانحراف المعياري  
٢٩ ، ٢٥ ، ٢١ ، ٢٦ ، ١٦ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٢١ ، ٢٠ ، ١٩ ، ١٨ ،  
٢٣ ، ٢٥ ، ٢٥

٣ - أوجد الانحراف المعياري للدرجات الخمس التالية :

٥ ، ١ ، ٣ ، ٧ ، ٤

٤ - أوجد الانحراف المعياري لدرجات ٩ طالبات في امتحان اللغة  
الفرنسية :

٣ ، ٦ ، ٢ ، ٥ ، ٣ ، ٨ ، ٦ ، ٧ ، ٥

٥ - أوجد المئيني إلى ٢٥ ( الأرباعي الأول ) والمئيني إلى ٦٠ من  
الدرجات التالية :

درجة الاختبار	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨
التكرار دك	٢	—	١	٣	١٠	١٨	٢٤	٢٣	١٧	٨	٩	٥	٣	١	١

٦ - أوجد المئيني إلى ٢٥ والمئيني إلى ٥٥ من الجدول التكراري الآتي :

ف	-٢٠	-٢٤	-٢٨	-٣٢	-٤٠	-٤٤	-٤٨	-٥٢	-٥٦	-٦٠	-٦٤
ك	١٢٥	٢٩٥	٢٩١	٣٠٧	٢٠٤	٢٢١	١٦٠	١٢٥	١٢٠	٨٢	٣٨

- اختبار -

٧ - أوجد الانحراف المعياري من الجدول التكراري الآتي

ف	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠
ك	٢	صفر	٤	١٥	١٢	١١	٥

٨ - أوجد الانحراف المعياري من الجدول التكراري الآتي :

ف	٥	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	-٣٠	-٣٥
ك	٧	٨	١٢	١٢	١٠	٩	١

٩ - احسب الانحراف المعياري للقيم الآتية :

٧٢ ، ٨١ ، ٧٠ ، ٨٠ ، ٧٠ ، ٨٥ ، ٧٣ ، ٨٢ ، ٧٢ ، ٧٨ ، ٧٩ ،  
٨٣ ، ٧٣ ، ٨٥ ، ٨٢ ، ٩٠ ، ٨٠ ، ٧٨ ، ٨١ ، ٧٤

١٠ - احسب الانحراف المعياري للقيم الآتية :

٤ ، ١٢ ، ٢ ، ٥ ، ٩ ، ٦ ، ٢ ، ١٠ ، ٦ ، ٩

١١ - احسب الانحراف المعياري للقيم الآتية :

٦ ، ١٠ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ١٠ ، ٣ ، ١٠ ، ٩ ، ١٠

١٢ - أوجد نصف مدى الانحراف الأرباعي من الجدول التكراري الآتي :

ف	-١٥٩	-١٤٩	-١٣٩	-١٢٩	-١١٩	-١٠٩	-٩٩	-٨٩	-٧٩	-٦٩	-٥٩
ك	٥	٧	٩	١٢	١٧	٢١	١٢	٨	٦	١	٢





## الفصل الخامس

### التحويلات

١٠٠٠

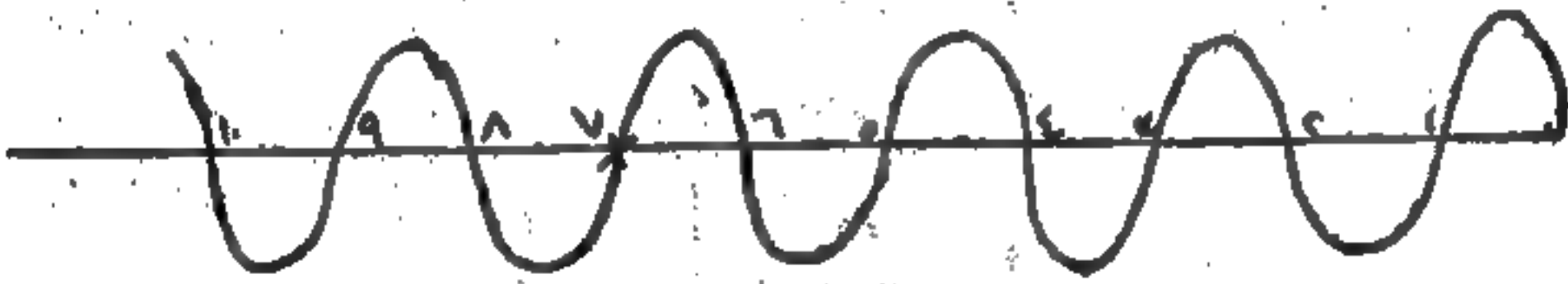
١٠٠٠



## مقدمة :

شرحنا في القصول السابقة ، توزيعات الدرجات والاحصاء المستخدم لشرح مثل هذه للتوزيعات . تعاملنا في البداية مع توزيعات درجات خام لمجموعة من المختبرين . وراينا كيف تحسب مقاييس التشتت والفرجة المركزية .

ومن الصعب تفسير الدرجة الخام للفرد على الاختبار بدون استخدام بعض أسس المقارنة أو المعايير . والدرجة الخام هي الدرجة الأصلية أو الفعلية التي لم تعدل أو تحول بأي طريقة . هي الرقم صحت أو خطأ ، معتمدة على الطريقة التي استخدمت في تقدير الدرجة . هي ببساطة عدد الاجابات الصحيحة التي يحصل عليها المختبر . والدرجة الخام في حد ذاتها ليس لها أي معنى ، وتكتسب معنى فقط ، عندما تقارن مع مقاييس أخرى . بيانها ، فإن الدرجة الخام هي المسافة من نقطة الصفر على الخط العددي الى القيمة العددية التي تمثل أداء الممتحن على الاختبار . فمثلا ، الدرجة ٧ من ١٠ مفردات موضحة في الشكل التالي :



وعندما نحاول تفسير درجات من توزيعات مختلفة ومجموعات من الأفراد ، فإنه يتضح لنا أننا نحتاج بعض الطرق الإضافية لكي نستطيع تفسير ومقارنة الدرجات . فمثلا ، لنفرض أن طالبا ما حصل على درجات تحصيل : ٨٢ ، ٩١ ، ٦٥ على اختبارات الأداء ١ ، ب ، ج على التوالي . ماذا تعني هذه الدرجات بالنسبة الى الأداء النسبي ؟

ولتسهيل التفسير ، فإننا نحول الدرجات بواسطة إضافة أو طرح ثابت ، أو بواسطة بعض الزج للمعاملات الحسابية الأربعة . والدرجة الناتجة من التحويل غالبا ما يكون لها اسم خاص أو محدد . ويمكن استخدام عدة طرق لمقارنة الدرجات الخام بعد تحويلها .

وسوف نتناول في هذا الفصل بعض التحويلات الأكثر شيوعا .

### التحويل :

هو قاعدة ( أو مجموعة قواعد ) لتحويل الدرجات من مقياس ( مثال : مقياس الدرجة الخام ) الى مقياس آخر ( مثل مقياس انحراف الدرجة ) . ويمكن تصنيف كل التحويلات إما الى تحويلات خطية أو غير خطية .

#### Alinear transformation

#### التحويل الخطي :

تحويل الدرجات من مقياس الى آخر بحيث لا يتغير شكل التوزيع . والتحويل ممكن أن يكون خطيا مثل مجموعة درجات خام ولتكن  $S_1$  تحول الى مجموعة درجات محولة ولتكن  $S_2$  بواسطة المعادلة الخطية .

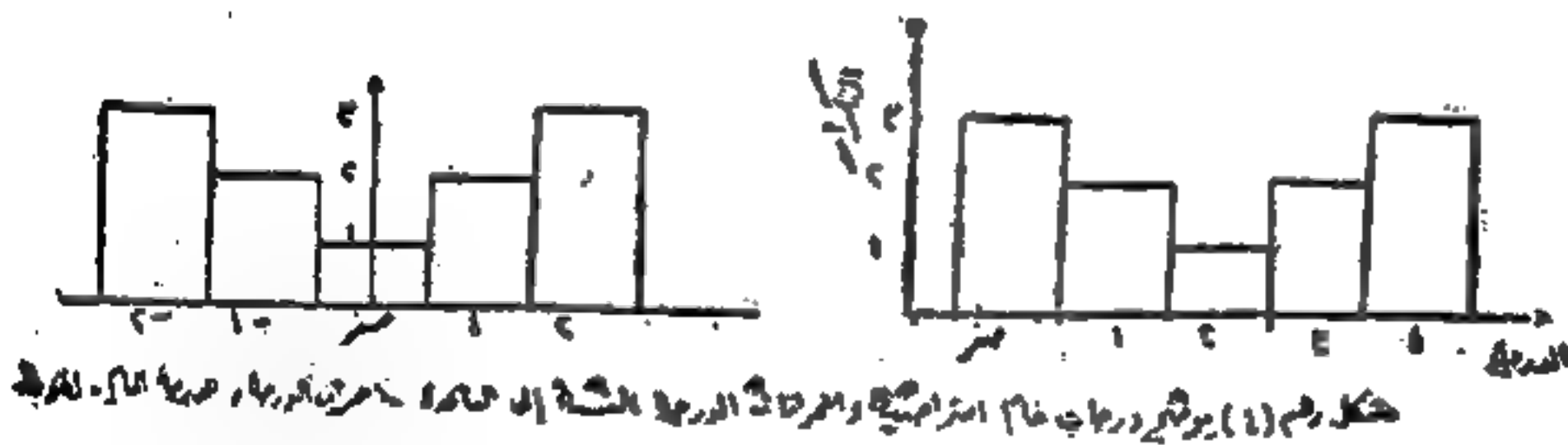
$$S_2 = a S_1 + b \text{ حيث } a \neq 0 \text{ ب ثابت}$$

وتحافظ التحويلات الخطية على الفروق النسبية بين الدرجات الخام . هذا النوع من التحويل الخطي ممكن أن يستخدم للحصول على مجموعة درجات محولة متوسطها وانحرافها المعياري وتباينها ربما يختلف عن هذه الدرجات الخام ( ٧٧ : ٤ ) .

كمثال للتحويل الخطي ، التحويل من مقياس الدرجة الخام الى مقياس انحراف الدرجة ، والعكس بالعكس ، هو تحويل خطي . انظر الشكل التالي :

٢- توزيع الدرجة الخام

٣- توزيع الدرجات المحولة



# Arcc Linear transformation

## التحويل غير الخطي :

يحول الدرجات من مقياس آخر بحيث يختلف شكل التوزيع . أى ان التحويل غير الخطي يعطى توزيع درجات محولة يختلف شكلها عن شكل الدرجات الخام . ويتم مثل هذا التحويل غير الخطي عندما نريد ان نضبط شكل مجموعة درجات — حيث توضح توزيع الدرجات الخام انحراف عن الاعتدالية — وذلك للحصول على توزيع اعتدالى معيارى .

المثال التالى يوضح توزيع مسفن « أو مشرشر Jagged » حول بواسطة قاعدة معينة نتج عنها توزيع مسطح أو مستطيل . ( ٥ : ٥٢ ) .

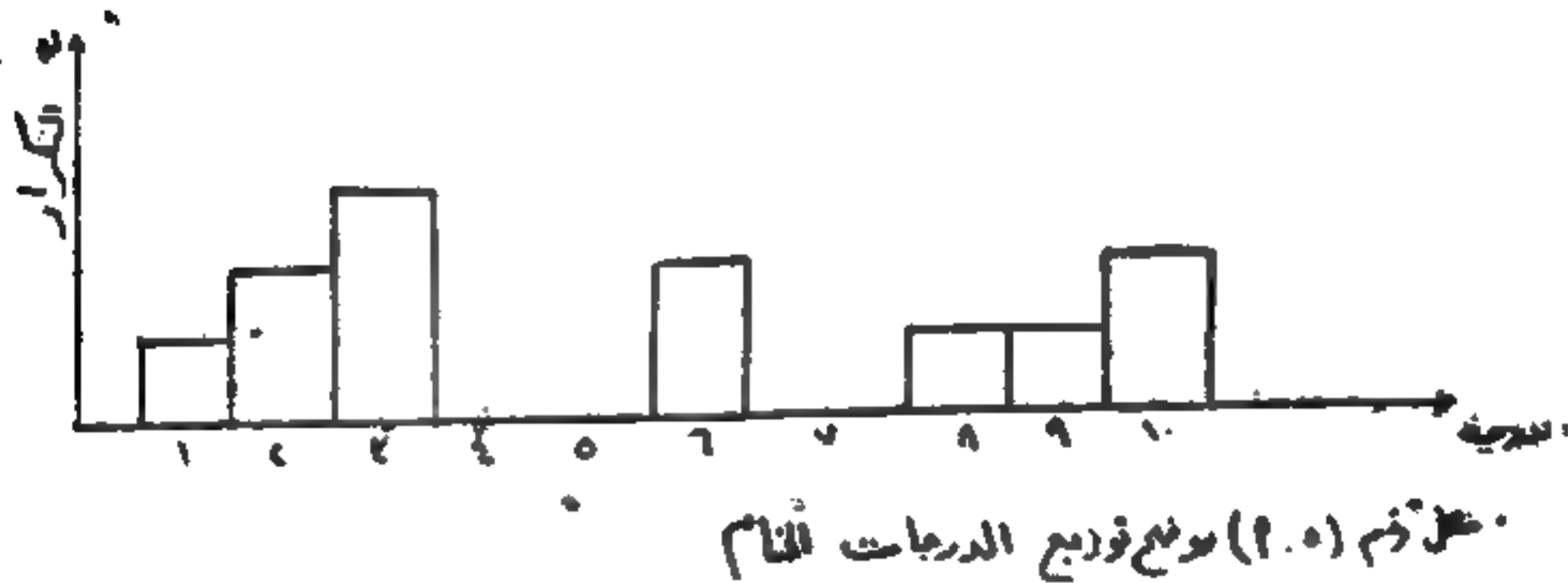
مثال : أعطيت مجموعة من الدرجات الخام هى :

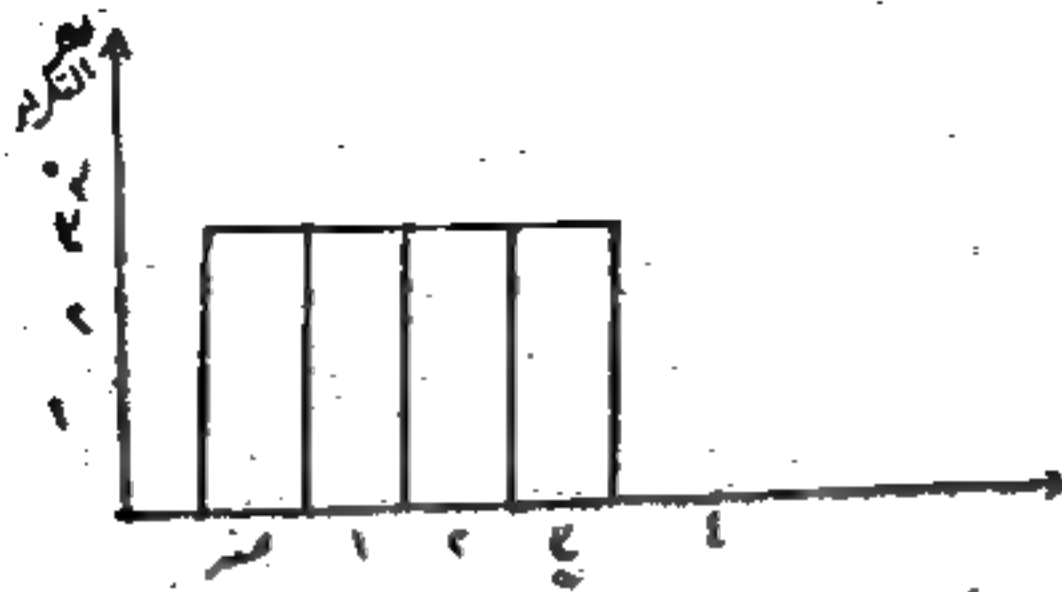
١ ، ٢ ، ٦ ، ٦ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١٠ ، ٣ ، ٣ ، ٣ ، ٣

القاعدة :

( ١ ) رتب الدرجات ترتيبا تنازليا .

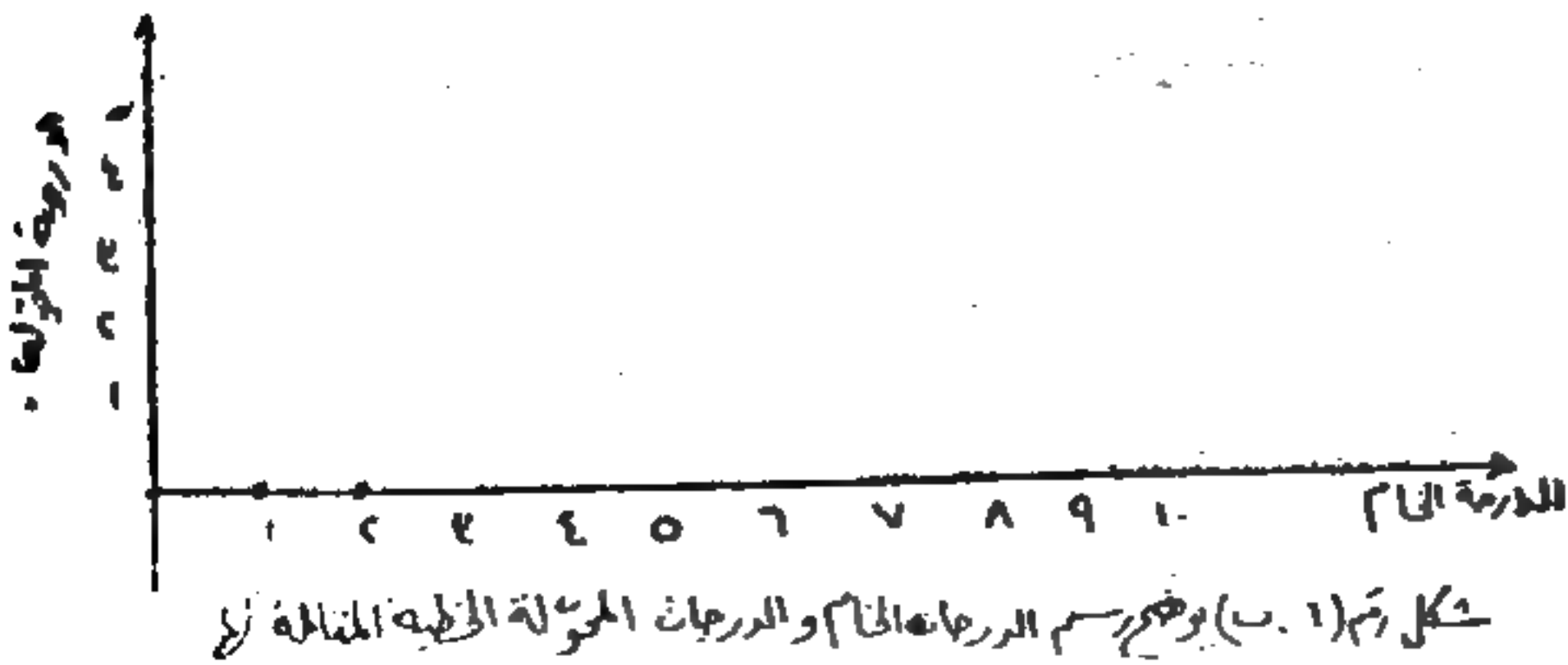
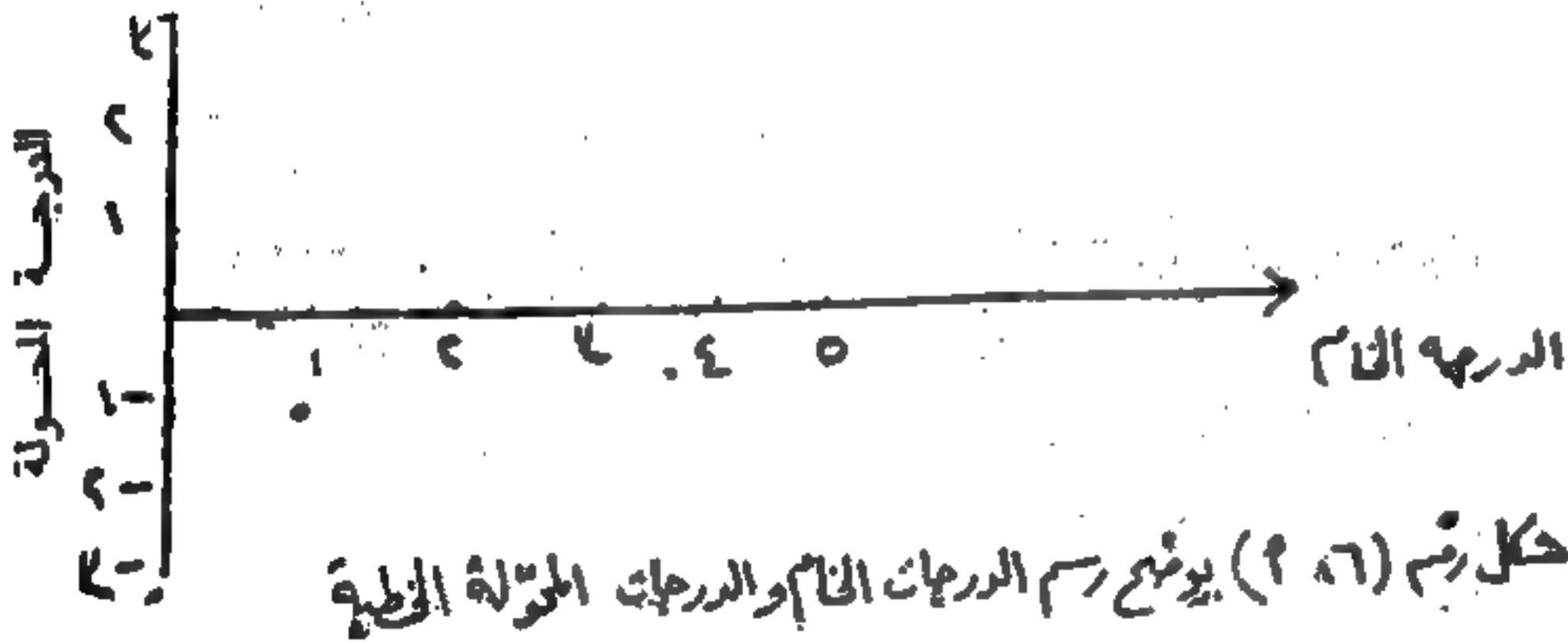
( ب ) أعطى تقدير لكل الدرجات فى النسبة ٢٥٪ من التوزيع للدرجة المحولة بالدرجة ٣ ، والنسبة ٢٥٪ التالية بالدرجة ٢ ، والنسبة ٥٠٪ الخ . ويتضح تأثير تطبيق هذه القاعدة لتوزيع الدرجات الخام فى الشكل التالى :





شكل رقم (ب) يوضح توزيع الدرجة الموزونة

وهناك طريقة واحدة لمعرفة اذا كان التحويل خطيا او غير خطي .  
وهذه الطريقة هي رسم الدرجات الأصلية والدرجات المحولة كما هو موضح  
في الشكلين التاليين :



فاذا وقعت كل النقط على خط مستقيم كما هو في الشكل ( ١ ) ، نتأكد  
أن التحويل يكون خطيا . واذا لم تقع النقط على خط مستقيم كما في شكل (ب)  
فإن التحويل يكون غير مستقيم .

الحقيقة الهامة هو أن التحويلات الخطية تحافظ على شكل توزيع الدرجة .  
( مثال : المدرج المبني على درجات محولة خطية له نفس خواص الشكل تماما  
مثل المدرج المبني على مجموعة الدرجات الأصلية ) . التحويلات غير الخطية ،  
من الناحية الأخرى ، تغير دائما شكل توزيع درجة الاختبار . ( ٥٤ : ٥ ) .

## التوزيع الاعتدالي

### NORMAL DISTRIBUTION

من أجل مناقشة تحويلات أخرى لها معنى أكثر ، نحتاج أن نلخص هنا  
وحدة التوزيع أو المنحنى الاعتدالي . والتوزيع الاعتدالي له أهمية في القياسات  
السيكولوجية ، ونحتاج له في حالة القياس جماعي المرجع . وهو ليس توزيعا  
واحدا له مقياس ثابت في القياس ، لكنه عائلة من التوزيعات النظرية التي  
يفترض أن لها الشكل العام الجرسى ولها عدد لا نهائى من الأفراد .

ونذكر أحيانا أن متغيرا ما ، مثلا ، التحصيل الحسابي « موزع اعتداليا »  
normally distributed وهذا يعنى أن توزيع درجات التحصيل الحسابي  
تتبع المنحنى الاعتدالي . وتختلف للتوزيعات الاعتدالية في إمكانية التغير أو  
التحول . وبالطبع ، يعتمد المركز على المتغير موضع الاعتبار وعلى مقياسه  
في القياس .

وعلى ذلك ، فإن المركز Location ، وإمكانية التغير تحدد شكل التوزيع .  
وحيث أنه من المستحيل تكوين جداول لكل امتزجات المتوسطات والتباينات  
للتوزيعات الاعتدالية ، فإننا نعتبر وحدة المنحنى الاعتدالي ، ويسمى أحيانا  
المنحنى الاعتدالي المعياري ، الذي له متوسط = صفر ، وانحراف معياري = ١  
والمساحة = ١ لكي يكون هو التوزيع الأساسي . ويستخدم بكثرة في الإحصاء  
الوصفي والاستدلالي .



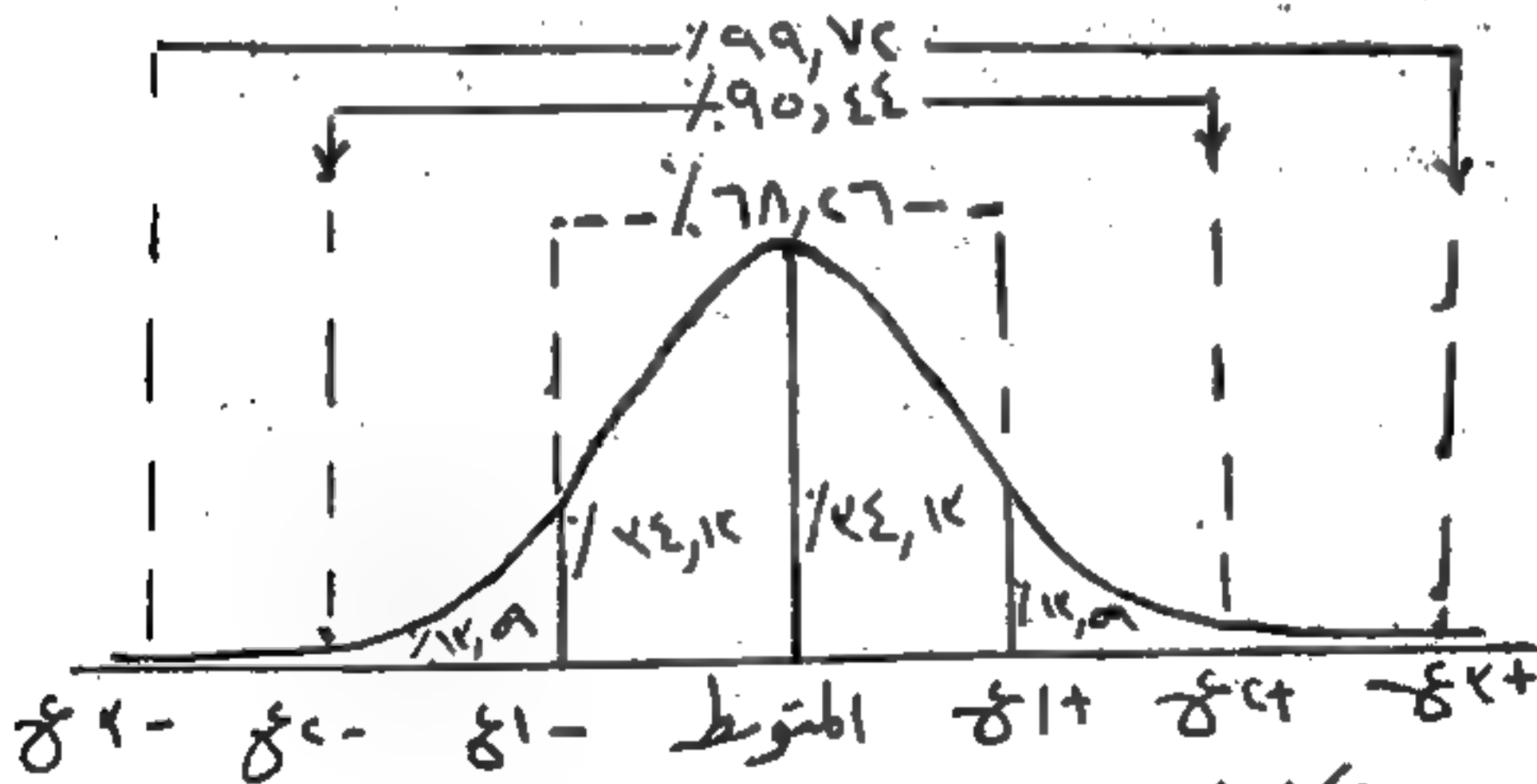
### الفرق بين التوزيعات النظرية والتجريبية :

التوزيع التجريبي هو توزيع القيم التي حصل عليها من القياس الفعلي للمينة في سعة ما . أما التوزيع النظري ، فهو ما استخلص من نظرية ما سواء كانت حسابية أو شيئا . فمثلا ، اذا سالت ماذا تتوقع اذا القيت عملة مليون مرة ؟ الاجابة ٥٠٠ر٠٠٠ وجه ، ٥٠٠ر٠٠٠ كتابة . هذا مع العلم انك لم تلق العملة مليون مرة ولا اي شخص آخر فعل هذا . وانما استنتج هذا من الخاصية الثنائية للعملة . واذا اجريت التجربة ورصدت النتائج في جدول ، فسوف نحصل على توزيع تجريبي مشابه في الشكل للتوزيع النظري الذي سبق ذكره .

ويوجد عدد من التوزيعات النظرية والتي تهم متخصصي القياس ، لكننا سنقتصر في الوقت الحالي على التوزيع الاعتدالي .

### التوزيع الاعتدالي

هو توزيع يأخذ شكل منحنى متمائل او منحنى Gaussian كما هو في الشكل :



شكل رقم (٧) يوضح رسم المنحنى المتمائل

وهو ذو قمة واحدة ويمتد طرفاه الى ما لا نهاية ، وهذا يعني ان حدود المنحنى الاعتدالي لا تلمس خط القاعدة وهذا يعني ان النهايات العظمى تمتد

الى ما لا نهاية • ويشبه المنحنى الى حد كبير ناقوسا مقلوبا ولذلك يسمى  
أحيانا بالمنحنى الجرسى •

ويستخدم منحنى Gauss<sub>n</sub> أو المنحنى الاعتدالى لشرح امكانية  
حدوث الصدفة • فمثلا ، اذا القيت ١٠ عملات ١٠٠٠ مرة فان توزيع الصورة  
والكتابة بالنسبة للعشر عملات سيأخذ شكل المنحنى الاعتدالى تقريبا • واذا  
رسمنا منحنيات لتوزيع صفات نفسية أو جسمية وجدنا انها تميل كلما زاد عدد  
الحالات الى شكل للتوزيع الاعتدالى ، الا ان هذا التوزيع الاعتدالى لا يمكن  
ان نحصل عليه تماما في البحوث للتجريبية • اى انه تجريد لما يجب ان يكون  
عليه التوزيع ونحن نفترضه دائما لاننا نلاحظ ان البحث كلما اتسع وزاد دقة  
تربنا من التوزيع الاعتدالى اى انه اذا تصورنا بحثا مثاليا ، لم تكن هناك  
أخطاء متعلقة بحجم العينة ومدى تمثيلها للمجتمع أو متعلقة بظروف الاختبار  
من ناحية مناسبتة لعمر ومستوى تعليم أفراد العينة من ناحية ، ولثباته وصحته  
من ناحية أخرى أو متعلقة بظروف الباحث والبحوث الزاجية والصحية عند  
تطبيق الاختبار ، أو متعلقة بالصفة أو السمة المقاسة • واذا تصورنا ايضا  
اننا استعملنا اجراء البحث على جميع أفراد المجتمع الاصل عند ذلك فقط يمكن  
ان نصل الى التوزيع الاعتدالى النموذجى •

وتتضمن انواع الظواهر *phenomene* التى تقترب من المنحنى الاعتدالى  
القياسات السيكولوجية ، للبيانات *deniographic* ، مثل الميلاد والموت ،  
بيانات اقتصادية مثل الانتاج والأجور ، بيانات *anthropometrical* للانسان  
تتضمن الوزن والارتفاع ، احصاءات بيولوجية للانسان ، للحيوانات ،  
النباتات ، أخطاء الملاحظة لسرعة الحركة والسمات الطبيعية والعقلية •

ويتضمن منحنى التوزيع الاعتدالى على خمس وحدات انحراف معيارى  
أعلى وأقل نقطة المنتصف • ومع ذلك ، فانه لأغراض قياس السلوك الانسانى ،  
تختزل الى  $\pm 2$  وحدات انحراف معيارى ، وتوزيعات النسبة المئوية الموضحة  
في الشكل السابق تعتبر كافية بصفة عامة لقياس أداء الفرد •

ويتضح التجمع حول المتوسط بنسبة ٦٨٪ من المجتمع يكون مركز داخل  
( او ضمن )  $\pm 1$  وحدة انحراف معيارى • ويوضح النقصان السريع في المجتمع

تجاه طرف المنحنى أن ٩٦ ٪ من الجماعة يقوموا بدخل  $\pm 2$  وحدة انحراف معيارى عن المتوسط .

والـ ٩٩ ٪ من المساحة المحصورة داخل  $\pm 3$  انحراف معيارى عن المتوسط . وهكذا ، بمعرفة خواص التوزيع الاعتدالى بالنسبة الى المساحة تحت المنحنى نعلم على أنه عندما تكون الدرجات موزعة اعتدالياً ، فإن الدرجة  $\pm 2$  انحراف معيارى نادرة الحدوث .

وعلى ذلك يمكن تلخيص خواص المنحنى الاعتدالى كالاتى :

١ - وحدة المنحنى الاعتدالى تكون متماثلة حول المتوسط ، لها انحراف معيارى يساوى واحد والمساحة تحت المنحنى تساوى واحد .

٢ - يحدث أعلى ارتفاع للمنحنى عند المتوسط = صفر ويقل فى الارتفاع لقيم س البعيدة عن المتوسط . وتوجد ثلاثة انحرافات معيارية لقيم س على كل جانب من المتوسط ، ويتجه المنحنى لخط القاعدة ، بينما يبقى خط التقارب الموجب والسالب لا نهائى .

٣ - تمثل قمة المنحنى المتوسط والوسيط والنوال وهى النقطة التى اذا استقطنا منها عمود فإنه يقسم المنحنى الى نصفين متساويين وتكون مساحة كل قسم هى ٥ من المساحة الكلية .

٤ - يمكن تقسيم كل نصف الى ثلاثة أقسام طول كل منها = واحد انحراف معيارى . فمثلا يمكن الحصول على  $+ 1 ع$  ،  $+ 2 ع$  ،  $+ 3 ع$  وبالمثل لنصف الآخر  $- 1 ع$  ،  $- 2 ع$  ،  $- 3 ع$  .

٥ - نسبة المساحة المحصورة بين المتوسط  $+ 1 ع$  الى  $+ 3 ع$  هى ٣٤١٣ . وبمثل المساحة المحصورة بين المتوسط  $- 1 ع$  الى  $- 3 ع$  تساوى ٣٤١٣ . فتكون المساحة المحصورة بين  $+ 1 ع$  ،  $- 1 ع$  = ٣٤١٣ +  $٦٨٢٦ = ٣٤١٣$  .

٦ - نسبة المساحة المحصورة بين  $+ 1 ع$  ،  $+ 2 ع$  تساوى ١٣٥٩ . وبالمثل المساحة بين  $- 1 ع$  ،  $- 2 ع$  = ١٣٥٩ . وعلى ذلك تكون المساحة المحصورة بين  $+ 2 ع$  ،  $- 2 ع$  = ١٣٥٩ + ٣٤١٣ = ٩٥٤٤ .

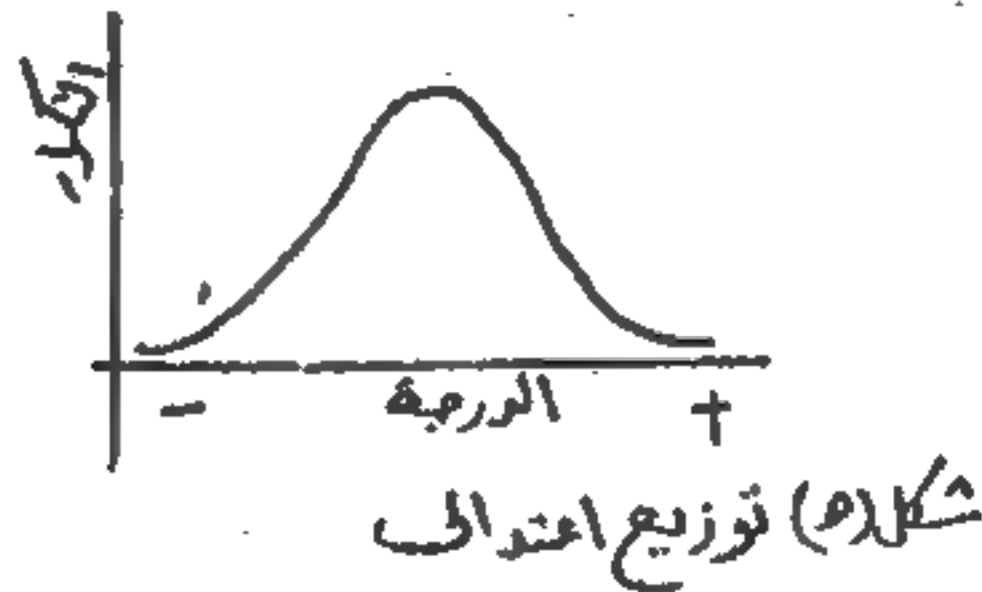
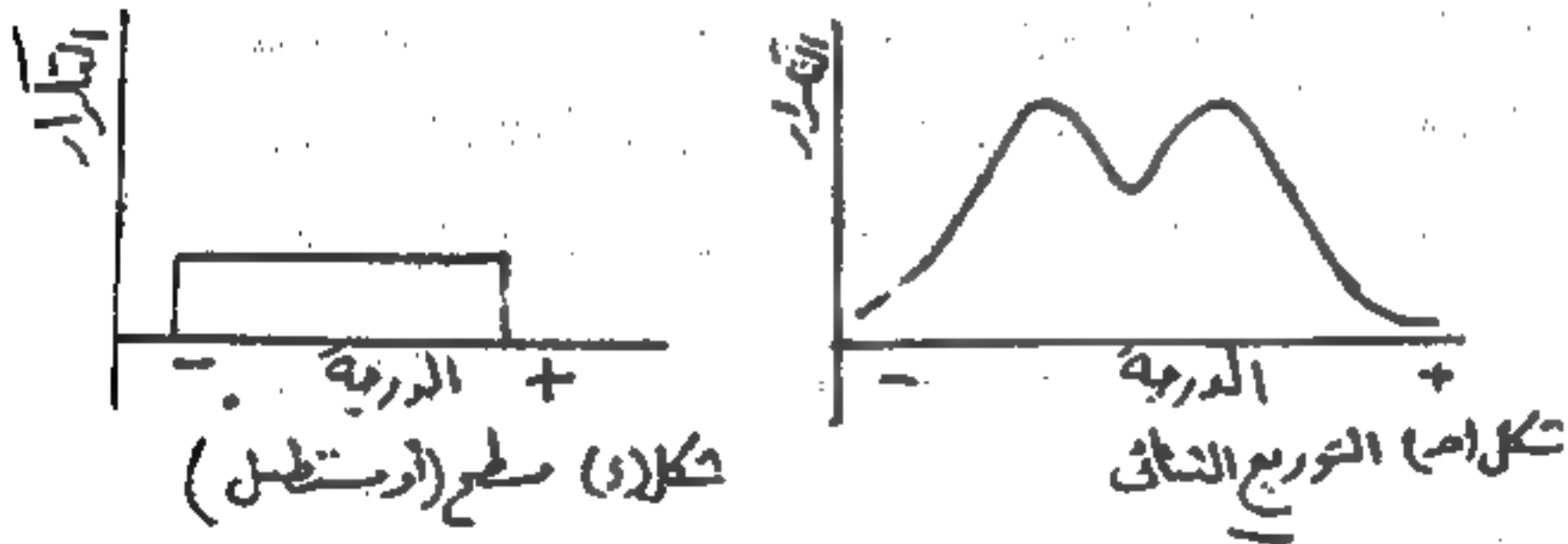
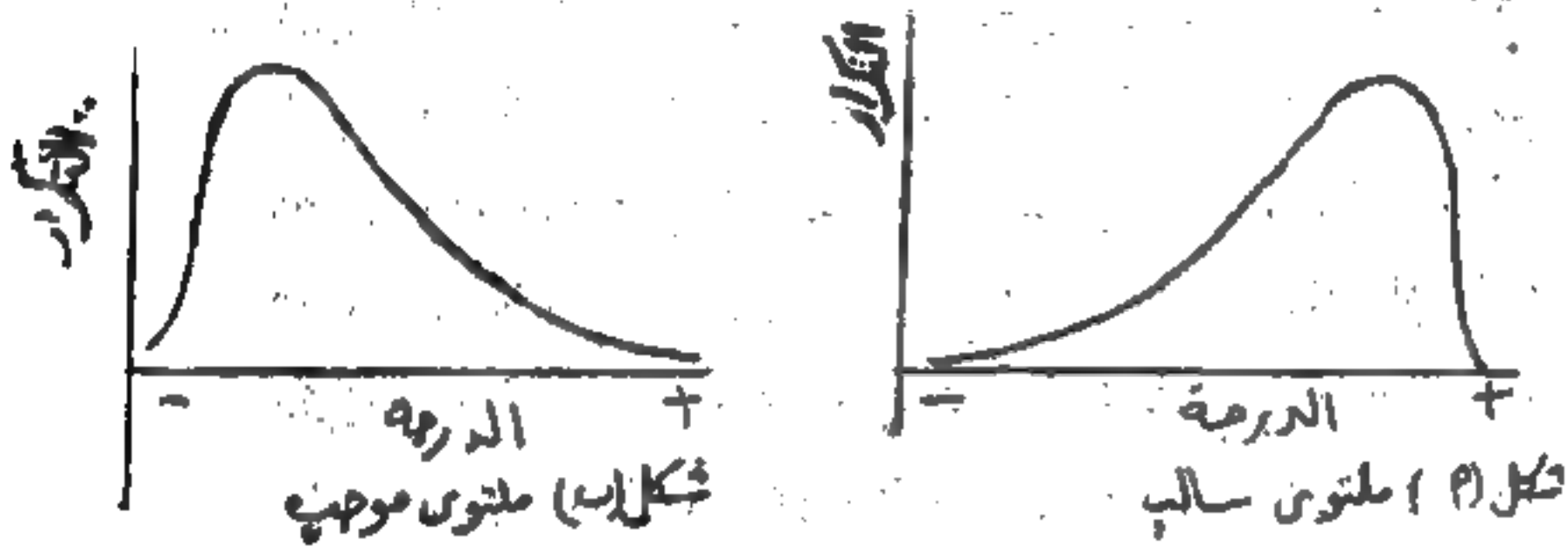
٧ - نسبة المساحة المحصورة بين  $+ 2 ع$  ،  $+ 3 ع$  هى ٢١٤ . وهى تساوى أيضا المساحة المحصورة بين  $- 2 ع$  ،  $- 3 ع$  . وبناءً على ذلك فإن المساحة المحصورة بين  $\pm 3 ع$  تساوى ٢١٤ +

١٣٥٩ ر + ٣٤١٣ ر + ٣٤١٣ ر + ١٣٥٩ ر + ٢١٤ ر = ٩٩٧٢ ر  
تقريباً أى أن المساحة المحصورة بين المتوسط ، + ٣ ع والمتوسط ،  
+ ٣ ع والمتوسط ، - ٣ ع = ٩٩٧٣٪ من المساحة الكلية .

٨ - يلاحظ أن نقطتي تحول المنحنى أى النقطتين اللتين يبدأ فيهما  
المنحنى أن يغير اتجاهه تقابل القيمتين م + ع ، م - ع .

### أشكال التوزيع :

عندما نتعامل مع جماعات صغيرة ، فإن التوزيع لا يقترب من المنحنى  
الاعتدالى تقريباً . ويمثل كثير من التوزيعات التى يحصل عليها فعلاً إلى أن  
تأخذ أحد الأشكال التالية :



شكل رقم (٨) يوضح الأشكال العديدة للتوزيع

ونحن نعنى بهذا ، ان توزيعات درجات الاختبار وقياسات تعليمية اخرى تطابق تقريبا احد الاشكال الموضحة هنا . اى ، ليس بالضرورة ان كل توزيع يكون نموذجا واحدا unimodal ، ربما يتضمن التوزيع التكرارى اكثر من قمة . وعندما يحدث هذا يقال ان التوزيع متعدد القمم multimodal كما يتضح فى الشكل ( د ) فهو توزيع له قمتان .

وهناك عدد من الملاحظات بالنسبة لهذه الأنواع العديدة من التوزيعات .

١ — للتوزيعات الاعتدالية والمسطحة flat تكون متماثلة symmetrical .  
التوزيعات الملتوية تكون عديمة التناسق asymmetrical . ويبلغ الالتواء skewness فى التوزيع عندما تتجمع ( او تتكدس pile ) الدرجات على احد جانبي متوسط التوزيع . ويمكن ان يكون التوزيع له التواء موجب كما هو موضح فى شكل ( ب ) حيث يكون التوائه ( او التواء ) ، الوسيط ، المتوسط تكون كل منهما على التساوى ( او التواء ) السالب كما فى شكل ( ا ) ، حيث يكون التوائه الوسيط والمتوسط على الجانب الايمن لكل منهما . والتوزيع الثنائى bimodal ممكن ان يكون احد الاثنين . ويعنى بالتماثل ان نصف التوزيع الايسر هو صورة مطابقة تماما للنصف الايمن .

٢ — الاختبارات الصعبة جدا ، ومتوسطة الصعوبة ، والسهلة ، ينتج عنها توزيع ملتوى سالب ( معتدل تقريبا ) وملتوى موجب على التوالي . فاذا انحرف التوزيع عن الشكل المتماثل ، فانه يكون ملتوى اما فى الاتجاه الموجب او السالب .

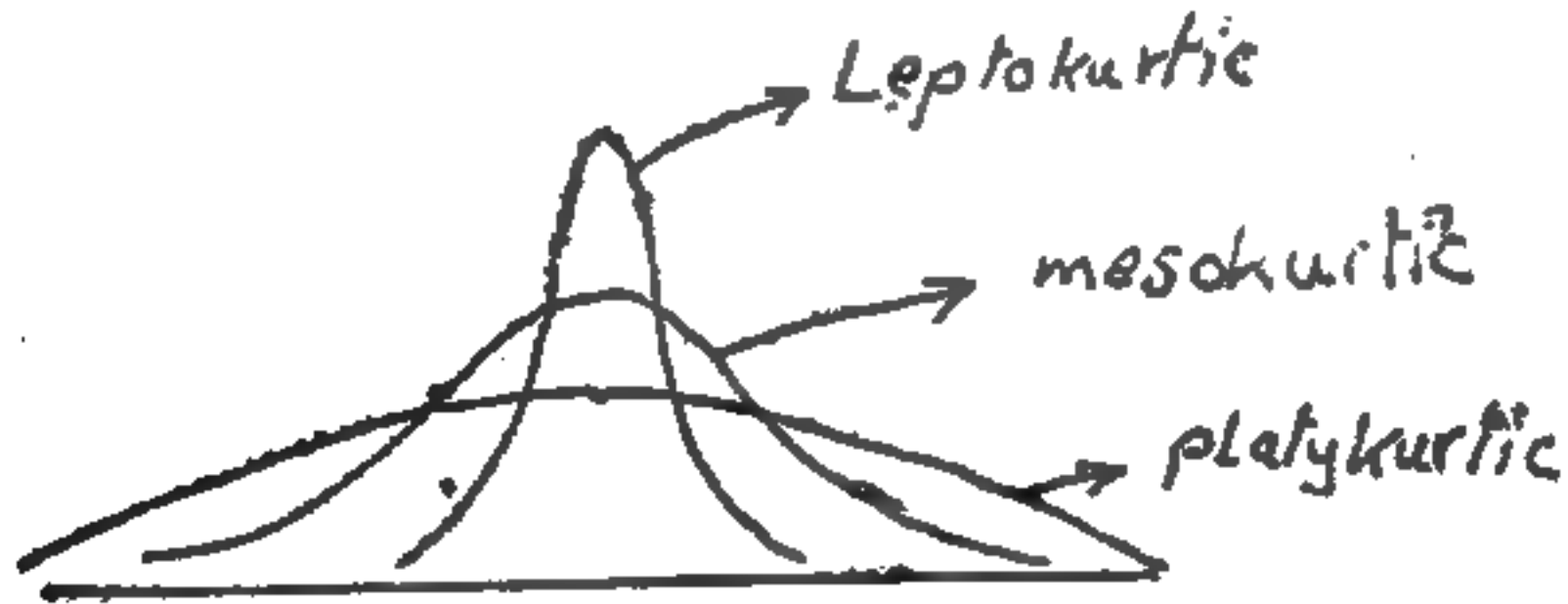
ويوضح الشكل (ب) منحنى ملتوى موجب لأن الطرف الملتوى فى الاتجاه الموجب أو الأعلى . وعلى العكس فإن التوزيع ( ا ) يوضح التواء سالب لأن الطرف يشير إلى أو يتجه إلى الجانب المنخفض . كما هو واضح من الشكل ، فإن الوسيط يقع دائما بين المتوسط ( الذى سيكون أعلى نقطة على المنحنى ) وبين المتوسط . اى ان المتوسط هو اقرب المقاييس الثلاثة لطرف المنحنى .

٣ — قياس مجموعتين مختلفتين تماما ، مثل ( الرجال والسيدات ) ، على متغيرات منتقاء مثل الوزن الجسمي سوف يفتح عنه توزيع ثنائي كما هو في شكل ( ج ) .

٤ — في للتوزيع الاعتدالي ، تتساوى قيمة المتوسط ، الوسيط ، والمنوال . في للتوزيع المتوى الموجب ، فان المتوسط له للقيمة الأكبر ، يليه الوسيط ، واقلهم المنوال . وفي للتوزيع المتوى السالب تعكس هذه القيم . في بعض حالات غير عادية ، فان قيمة الوسيط ربما تتساوى قيمة المنوال .

#### Kurtosis :

خاصية أخرى للتوزيع ، هو الدرجة التي تنحني عندها قممها أو تنفرطح اذا كانت قمة التوزيع منحنية بحدّة ، فانه يطلق عليه Leptokurtic . ويطلق على التوزيع الاعتدالي mesokurtic أما التوزيع المفلطح فيطلق عليه platykurtic ، والشكل التالي يوضح هذه التوزيعات . ( ١ : ٥٩٨ ) .



شكل رقم (٩) يوضح الـ Kurtosis مرسوما حول ثقتي المتوسط الحسابي

#### الدرجات المعيارية :

هي تحويلات خطية لا تبدل ( او لا تغير ) شكل التوزيع . وتسمى الدرجات المعيارية ، التي لها المتوسط ، التباين ، وشكل التوزيع الاعتدالي المعياري ، بدرجات اعتدالية معيارية . ويمكن ان نحصل على درجات اعتدالية معيارية بإحدى طريقتين . اذا كان التوزيع الأصلي للدرجات اعتدالي الشكل ، فان للدرجات المعيارية المحولة ستكون درجات اعتدالية معيارية .

أما إذا كان توزيع الدرجات ملتوى أو Kurtotic فإننا نستخدم تحويلاً غير خطي لنعدل الالتواء ، ووضع توزيع الدرجات في شكل توزيع اعتدالي معياري . ( ٤ : ٨٥ ) :

ومنتذكر هنا نوعين أساسيين من الدرجات المعيارية ( Z )

( أ ) الدرجات المعيارية الخطية .

( ب ) الدرجات المعيارية المتزنة Normalized .

( أ ) الدرجات المعيارية الخطية : Linear Z — Scores

تحافظ التحويلات الخطية على الفروق النسبية بين الدرجات الخام .  
يمكن أن تحول أي عضو من عائلة المتحنيات الاعتدالية بالتحويل الخطي للحصول على توزيع له متوسط وتباين التوزيع الاعتدالي المعياري . ويتم هذا بطرح متوسط مجموعة الدرجات من كل درجة ، ثم قسمة الفرق على الانحراف المعياري للدرجات الأصلية .

$$\text{الدرجة المعيارية ( Z )} = \frac{م - س}{ع}$$

والدرجة المعيارية ببساطة هي عدد وحدات الانحراف المعياري لدرجة خام معينة تكون أعلى أو أقل من المتوسط . بالإضافة الى ذلك ، فإن الدرجات المعيارية هي درجات مسافة حيث أن وحدة الانحراف المعياري مسافة ثابتة خلال المتناس . ويمتاز الدرجة المعيارية عن انحراف الدرجة ، بأنها لا تتألف فقط إذا كانت درجة الطالب أعلى أو أقل من متوسط المجموعة ، لكنها تتألف أيضاً عن المسافة التي يبعدها عن المتوسط في وحدات انحراف معياري . ويستخدم هذا الوصف خاصة ، عندما يكون التوزيع له شكل اعتدالي .

فمثلاً :

الدرجة الخام ١٤٠ في توزيع متوسطه يساوي ١٠٠ وانحرافه المعياري يساوي ٢٠ سوف تقابل الدرجة المعيارية ٢ ( أعلى المتوسط ) . وبذلك هذا على أن المتحن الذي حصل على الدرجة ١٤٠ هو ٢ انحراف معياري أعلى متوسطه اداء مجموعة المتحنين في هذا التوزيع .

وإذا حصل مختبر على الدرجة الخام ٨ في توزيع متوسطة يساوى ٥ وانحرافه المعياري يساوى ٢ فإن الدرجة المعيارية تساوى ١٥ . وهذا يدل على أن أداء ١٥ وحدة انحراف معياري أعلى المتوسط الحسابي لمجموعته .

**مثال :**

حول الدرجات الخام الخمس التالية إلى درجات معيارية .

الدرجات : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ .

**الحل :**

الأفراد	الدرجة (س)	س - م	(س - م)²	س - م	الدرجة المعيارية (Z)
أ	١	٢ -	٤	٢ -	١٤٤ر١
ب	٢	١ -	١	١ -	٧٠٧ر١
ج	٣	صفر	صفر	صفر	صفر
د	٤	١	١	١	٧٠٧ر١
هـ	٥	٢	٤	٢	١٤٤ر١

١٠

مجموع = ١٥

م = ٣

$$\text{التباين} = \frac{(س - م)^2}{ن} = \frac{١٠}{٥} = ٢$$

$$\dots ع = \sqrt{\text{التباين}} = \sqrt{٢} = ١٤٤ر١$$

هذه الدرجات المحولة لها متوسط = صفر وانحراف معياري = ١ . وهكذا، فإن درجة الفرد للملاحظة عند المتوسط لها الدرجة المعيارية (Z) تساوى صفر . وتدل الإشارة الموجبة والسالبة للدرجات المعيارية على الاتجاه فقط ، أي أعلى



لو أقل من المتوسط . ويدلنا الرقم المحدى على عدد الانحرافات المعيارية التى تبعد عن المتوسط .

فمثلا :

الدرجة المعيارية ( Z ) = ١.٣ تعنى ان الدرجة الخام للفرد هى ١٣ وحدة انحراف معيارى اعلى من المتوسط .

» عندما تحول مجموعة من الدرجات الخام لها اى متوسط وانحراف معيارى الى درجات معيارية ، فان هذه الدرجات المعيارية سيكون لها متوسط = صفر وانحراف معيارى = ١ .

وباستخدام الدرجات المعيارية نستطيع مقارنة الدرجات داخل المجموعة الواحدة وبين المجموعات المختلفة وهذا لا توفره لنا الدرجات الخام .

فمثلا :

اذا حصل الطالب ( ا ) على ١٠ اخطاء فى اختبار اللغة وكان متوسط فصله = ٦ وانحرافه المعيارى = ٢ . بينما حصل الطالب ( ب ) فى فصل آخر على نفس الامتحان على ٨ اخطاء وكان متوسط فصله = ٦ وانحرافه المعيارى = ١ . اى الدرجتين افضل ؟ لا بد من تحويل الدرجات الخام الى درجات معيارية حتى نستطيع ان نقارن بين الدرجتين .

$$\therefore \text{الدرجة المعيارية للطالب ( ا )} = \frac{10 - 6}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\text{الدرجة المعيارية للطالب ( ب )} = \frac{8 - 6}{1} = \frac{2}{1} = 2$$

نرى ان الطالب ( ب ) اداؤه اودا نوعا بالنسبة لباقي فصله عن اداء الطالب ( ا ) . على الرغم من ان اداءه يزيد بخطتين عن اخطاء الطالب ( ب ) .

ويمكن ان تستخدم الدرجات المعيارية لحساب المتوسط الوزنى لدرجات اختبار ، حيث تختلف الاختبارات فى مدى امكانية تغيرها . لنفرض اننا نرغب فى اعطاء وزن متمسا للاختبارات الثلاثة الاولى ، واعطاء الاختبار الرابع ضعف

وزن الاختبارات الأخرى . ولكي نحصل على متوسط أداء كل طالب على الاختبارات الأربعة نتبع الآتي :

تحسب الدرجات المعيارية على حدة لكل اختبار . ثم نجمع الدرجات المعيارية للاختبارات الثلاثة الأولى + ضعف الدرجة المعيارية للاختبار الرابع ثم نقسمه للناتج على مجموع الأوزان .

( وزن من ١ لكل من الاختبارات الثلاثة الأولى ، ووزن من ٢ للاختبار النهائي ) .

أي أن :

$$\text{المتوسط الوزني} = \frac{Z_4 + Z_3 + Z_2 + Z_1}{5} \quad (٨٢ : ٤)$$

نستخلص مما سبق أنه لايجاد أي نقطة لو درجة في وحدة توزيع اعتدالي، يجب أن نحول أولا الدرجات الخام إلى درجات معيارية . ثم بالرجوع لجدول مساحات وحدة المنحنى الاعتدالي للمستدل على مساحة المنحنى التي تقع بين المتوسط وبين هذه الدرجة المعيارية . وتدل مساحة العمود في الجدول على المساحة تحت وحدة منحنى اعتدالي بين المتوسط والدرجة المعيارية المحددة .

وهكذا ، فإن الدرجة المعيارية ٣٢ تدل على نسبة من ١٢٥٥ أو ١٢ر٥٥٪ من مساحة المنحنى التي تقع بين المتوسط وبين هذه الدرجة المعيارية . وحيث أن المنحنى متماثل ، فإن نسبة ١٢ر٥٥٪ من مساحة المنحنى تقع أيضا بين الدرجة المعيارية ٣٢ والمتوسط .

« لكي نستخدم جدول وحدة المنحنى الاعتدالي ، الذي له متوسط من صفر وانحراف معياري من ١ ، يجب أن نحول أولا الدرجات الخام إلى درجات معيارية ، والتي متوسطها = صفر وانحرافها المعياري = ١ أيضا » .

وبالتحويل إلى الدرجات المعيارية ، ممكن ايجاد المساحة بين أي درجتين في التوزيع الاعتدالي . مع ذلك ، يجب أن نكون حذرين في حساب المساحة إذا كانت الدرجات على نفس الجانب أو في الجانب المعكس من المتوسط .

وسنوضح هذه النقطة بالمثالين التاليين :

**مثال :**

لفرض أن لدينا مجموعة من الدرجات موزعة توزيعاً اعتدالياً وكان متوسط التوزيع ٧٠ ، والانحراف المعياري  $= ٦$  ما هو جزء المساحة من التوزيع التي تقع بين الدرجات ٧٣ ، ٧٨ ؟

**الحل :**

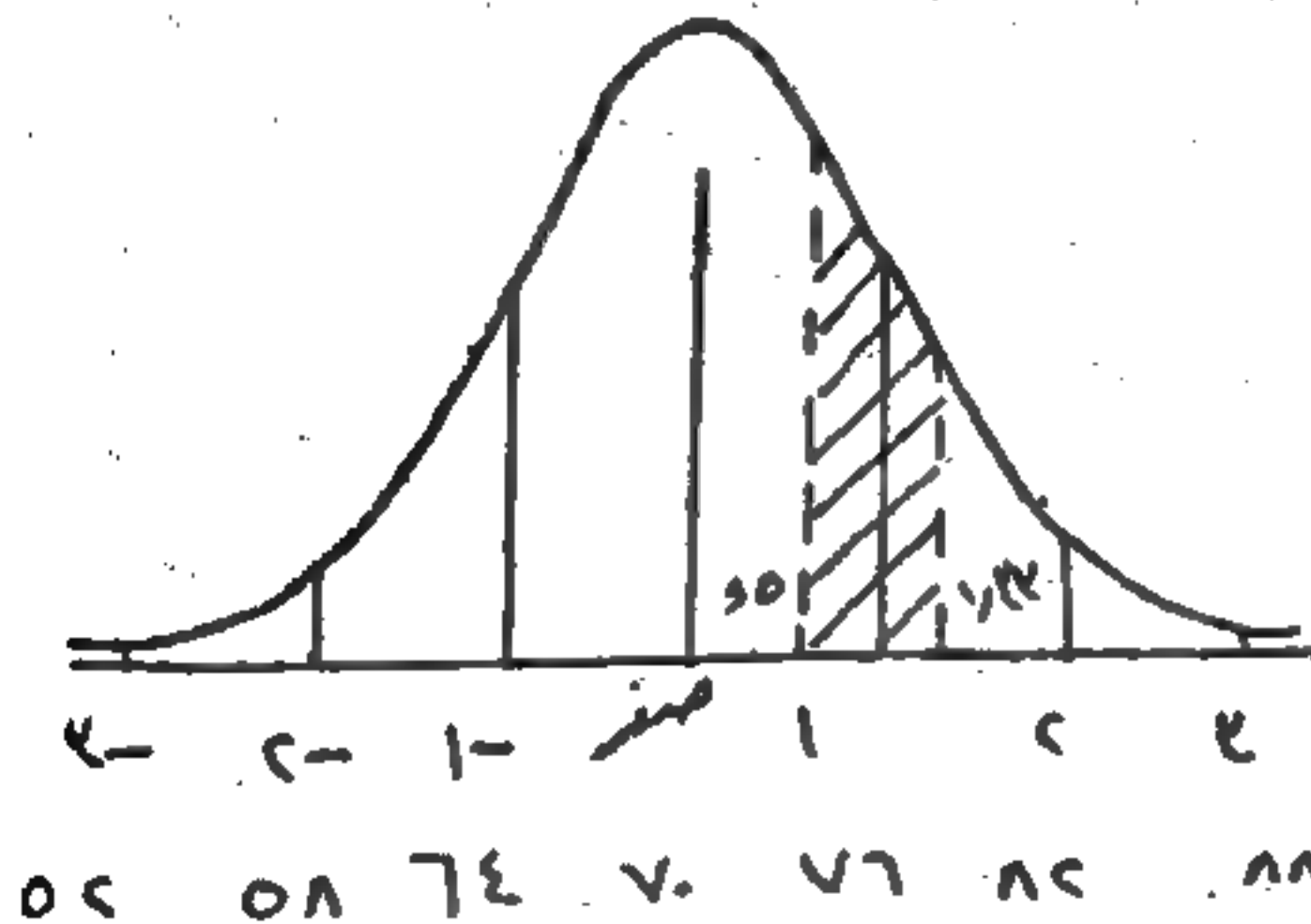
بتحويل الدرجات ٧٣ ، ٧٨ نحصل على الدرجات المعيارية ٥ ، ١٢٣ على التوالي .

ونقيم المساحة المقابلة من الجدول هي : ١٩١٥ أو للدرجة المعيارية ٥ ، ٤٠٨٢ أو للدرجة المعيارية ١٢٣ .

وهذه هي المساحات بين المتوسط والدرجات المعيارية . وحيث أن كلا من هاتين الدرجتين تقعان على نفس جانب المتوسط ، فإننا نطرح المساحة الأصغر من المساحة الأكبر لنحدد المساحة بين النقطتين .

جزء المساحة بين الدرجات الخام ٧٣ ، ٧٨  $= ٤٠٨٢ - ١٩١٥ = ٢١٦٧$  أو يساوي تقريباً ٢٢٪ من التوزيع .

والشكل البياني التالي يوضح هذا المثال . ( ٣ : ٤٤ ) .



شكل رقم (١٠) يوضح المساحة بين الدرجات المعيارية ٥ ، ١٢٣

في مجموعة درجات موزعة اعتدالياً

مثال ٢ :

نفرض أن لدينا مجموعة من ١٥٠ درجة موزعة اعتداليا ، متوسطها ٨٥ وانحرافها المعياري = ٨ . ما هو عدد الدرجات التي يتوقع أن تقع بين ٨٣ ، ٩١ ؟

الحل :

نحول الدرجات الخام ٨٣ ، ٩١ إلى درجات معيارية .

$$\therefore \text{الدرجة المعيارية للدرجة الخام } ٨٣ = \frac{٨٥ - ٨٣}{٨} = \frac{٢}{٨} = ٠.٢٥$$

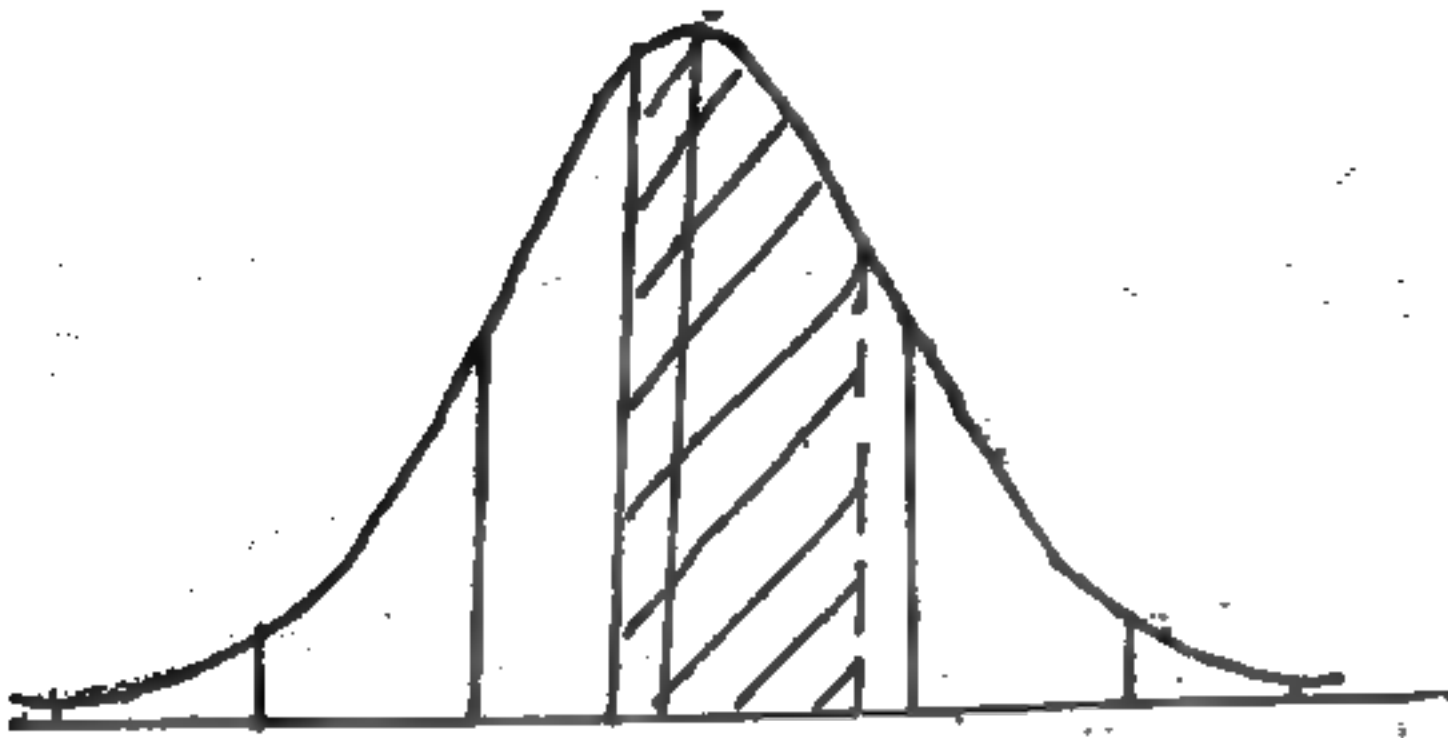
$$\text{الدرجة المعيارية للدرجة الخام } ٩١ = \frac{٨٥ - ٩١}{٨} = \frac{-٦}{٨} = -٠.٧٥$$

باستخدام الجدول السابق نجد أن المساحة بين المتوسط والدرجة المعيارية - ٠.٢٥ = ٠.٩٨٧ .

والمساحة بين المتوسط والدرجة المعيارية ٠.٧٥ = ٠.٢٧٣٤ . حيث أن الدرجات تقع على جوانب مختلفة من المتوسط ، فافنا نجمع المساحات ، فنحصل على ٠.٢٧٢١ كجزء من المساحة المتضمنة بين النقطتين .

ولتحديد عدد الدرجات التي نتوقع أن نجدها بين هاتين النقطتين ، نضرب ١٥٠ ( العدد الكلي للدرجات  $\times$  ٠.٢٧٢١ = ٤٠.٨٥ أو ٤١ درجة تقريبا ) .

والشكل التالي يوضح توزيع الدرجات والمساحة ( ٤٠ : ٢ ) .



الدرجات ١.٩ ١.١ ٩٤ ٨٥ ٧٧ ٧٩ ٦١  
 ٨٠ - ٩٠ - ٩٤ - ٩٨ - ٩٩ - ١٠٠  
 شكل رقم (١١) يوضح العلاقة بين الدرجات المعيارية - ٧٥ و ٧٠  
 في مجموعة درجات موزعة اعتداليا

و استخدام وحدة للتوزيع الاعتدالي لا تكون ملائمة فقط ، لكنها ضرورية .  
 أمثالا ، لنفرض انه أجرى اختبار للقلق على فرد وحصل على الدرجة ٧٠ . ماذا  
 تعني هذه الدرجة ؟

بالنسبة للقياس جماعي المرجح لا تقلنا على شيء ، لكن اذا علمنا ان  
 المتوسط والانحراف المعياري يساوي ٥٠ ، ١٠ على التوالي ، فاننا نقول ان  
 للدرجة كانت ٢ انحراف معياري اعلى للتوسط . وهذه المطومة الإضافية تكون  
 محدودة نوعا ما حتى نعلم ان درجات القلق كانت موزعة اعتداليا .

وبالرجوع الى الجدول السابق ، نجد ان ٩٧.٧ ٪ تقريبا من درجات  
 للقلق الموزعة تكون اسفل الدرجة ٧٠ .

و نستخدم وحدة للتوزيع الاعتدالي لكي تفسر الدرجات التي يحصل  
 عليها . لاختبارات القدرات العامة والقدرات العقلية الخاصة ، مثلها مثل  
 درجات الأداء على اختبارات التحصيل ، تعطى توزيعات عامة للدرجات تكون  
 قريبة جدا من التوزيع الاعتدالي .

(ب) الدرجات المعيارية المقتنة : Normalized Z - Scores

يحدث أحيانا أن يكون شكل توزيع للدرجة الخام غير اعتدالي ( مثل ، ملتوى موجب ) . لكننا نعلم أن مقياس للسعة موزعة اعتداليا في المجتمع . ولكي نستخدم طرق نظرية الاختبار الاعتدالية في تفسير درجة للفرد ، نحصل عمليا ( أو تجريبييا ) على توزيعات من هذا النوع المقتن normalized بمعنى ، تحول التوزيعات الغير خطية الى اعتدالية normality ، وهي تحويلات خطية .

ملحوظة :

عندما نقيس متغيرا موزعا اعتداليا في المجتمع ، فإن توزيع للدرجة غير الاعتدالي للعينة ربما يعكس قصور أو نقص في الاختبار أو عدم التمثيل الجيد في عينة المختبرين .

الدرجات التائية :

T - Scores

للدرجة المعيارية ( Z ) لها صيغ مما :

( أ ) نصف الدرجات تكون سالبة .

( ب ) يعبر عن الدرجات ككسر عشري .

ولحذف مئين للعيين ، ممكن أن نحول للدرجات المعيارية الى مجموعة من الدرجات بمتوسط وانحراف معياري مختلف . مثل هذا التحويل هو التحويل الى الدرجة التائية .

ومفهوم مقياس الدرجة التائية اقترحه في الأصل ( ١٩٣٩ ) William A. McCall ( ١ : ٦٠٥ ) . والدرجات المحولة الى درجات تائية لها متوسط من ٥٠ وانحراف معياري من ١٠ . ويحذف هذا عادة للدرجات السالبة ، والكسور العشرية . وتحسب الدرجات التائية بسهولة بواسطة ضرب الدرجة المعيارية  $\times 10$  وإضافة ٥٠ .

أي أن معادلة تحويل الدرجات المعيارية الى الدرجات التائية ( ت ) هي :

$$ت = ٥٠ + ١٠ \times \text{الدرجة المعيارية} .$$

$$\text{لوت} = ١ + ب \times ( \text{الدرجة المعيارية} ) .$$

حيث ب = القيمة الثابتة المستخدمة للانحراف المعياري الجديد .

١ = للقيمة الثابتة المستخدمة للمتوسط الجديد ( ٢ : ٤٦ ) .

وعلى ذلك ، فان قيم  $Z = 1$  تقابل  $t = 70$

$Z = 2$  تقابل  $t = 70$

$Z = 1.5$  تقابل  $t = 35$  وهكذا .

بينما تطبيق هذه المعادلة ينتج نتيجة بها كسر عشري ( مثال  $Z =$

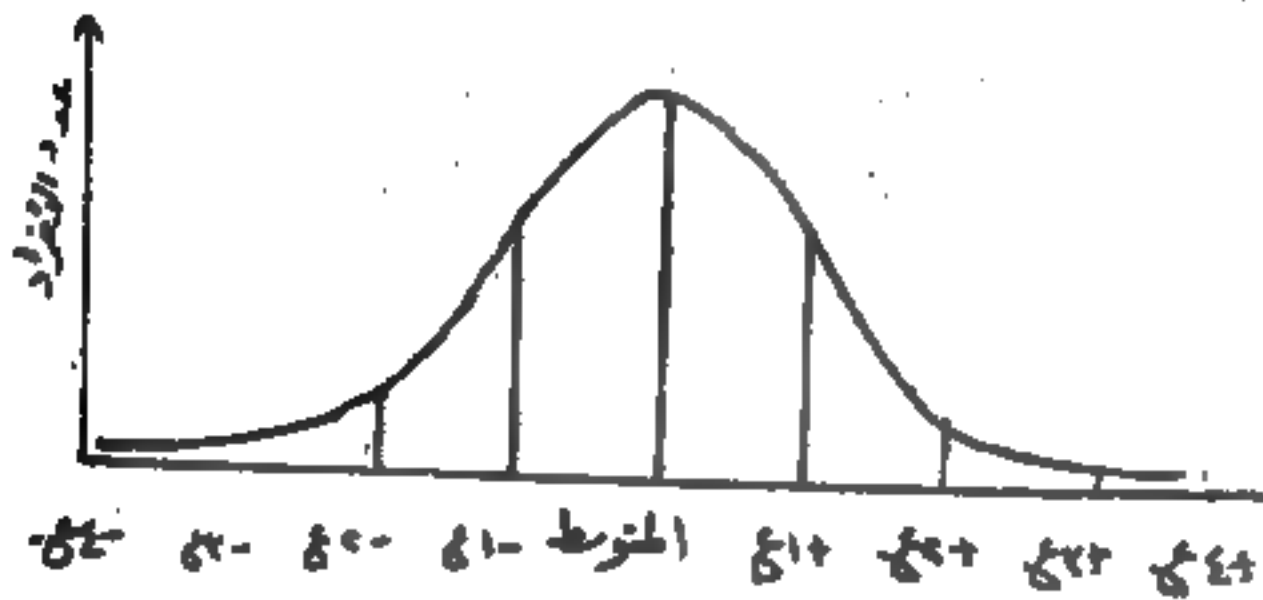
$1.23$  تقابل  $t = 37.7$  ) ، فان قيمة  $t$  تسجل بعد تقريبها الى العدد

الصحيح اي  $38$  تقريبا . وحيث ان درجات  $t$  تسجل الى اقرب عدد

صحيح ، ولشارتها موجبة ، فانها تفضل عن الدرجات المعيارية .

والشكل التالي يوضح العلاقات بالنسبة للانواع المختلفة لدرجات الاختبار

في توزيع اعتدالي ( ٥ : ٥٧ ) .



درجات الاختبار



الدرجة المعيارية (Z)



الدرجة الناتجة (ت)

شكل (١٤) يوضح العلاقة بين الدرجة المعيارية والناتجة

في توزيع اعتدالي

مثال :

حول للدرجات المعيارية الآتية الى درجات ناتجة .

الدرجات المعيارية : ١.٦٤ ، ١.٨٤ ، ٣.٦ ، ٢.٨ ، ١.٠٩ ، ١.٧٨

### الحل :

الدرجة القائية ( ت ) (Z) ١٠ + ٥٠	الدرجة المعيارية (Z)
٦٦٤	١٦٤
٥٨٤	٨٤
٥٢٦	٣٦
٤٧٢	٢٨
٣٩١٠	١٠٩
٤٢٢٠	١٧٨

والطريقة المباشرة لحساب الدرجات القائية من الدرجات الخام طويلة ومعقدة ، ولكن يوجد عدد من الجداول الخاصة لتحويل الدرجات إلى درجات قائية .

والدرجات القائية لها قيمة خاصة ، حيث أنها تحول الدرجات المعيارية بأشواطهم الموجبة أو السالبة والأجزاء العشرية في مقياس من أعداد صحيحة من صفر إلى ١٠٠ وحدة . فمثلاً وجدنا أن الدرجة المعيارية — ١٥ تكافئ ٧٥ درجة قائية والدرجة المعيارية ٢ تصبح ٧٥ وهكذا ...

### تحويلات المساحة : Area transformations

إذا تغير شكل توزيع الدرجات كنتيجة للتحويل ، فانه يحصل على للدرجات الناتجة من تحويل المساحة . ولا تحافظ عامة تحويل المساحة على الفروق النسبية بين الدرجات الخام . ومن تحويلات المساحة : التثنيات والرتب المثنية ، المعايير المثنية ، معيار الدرجة المثنية ، معيار السن ، معايير للفرقة الدراسية . وسنقتول بالتفصيل التثنيات .

### التثنيات : Percentiles

يمكن التعبير عن درجة الاختبار كمثني ( قياس ترتيبي ) عن طريق وصف موضعها النسبي بالنسبة لمجموعة من الدرجات . ويجب أن يتم تمييز واضح



بين التينيات والرتب التينية Percentile Ranks . وكما رأينا ، فإن التينى هو العدد الذى يمثل نسبة الدرجات التى تزيد عن درجة خام معينة . ويحصل عليها بواسطة حساب عدد الدرجات التى تزيد عنها درجة معينة ثم قسمة هذا الرقم على العدد الكلى للدرجات والضرب  $\times 100$  .

فإذا كان لدينا ٢٠ درجة كالتالى :

٩٥ — ٩٣ — ٩١ — ٩٠ — ٨٩ — ٨٥ — ٨١ — ٨١ — ٧٨ — ٧٧ —  
٧٥ — ٧٥ — ٧٤ — ٧٢ — ٧١ — ٧٠ — ٦٩ — ٦٥ — ٦٤ — ٦٠ —

فإن للدرجة ٨٩ تكون أعلى من ١٥ درجة من العشرين درجة .  
وبقسمة  $\frac{15}{20} \times 100$  نحصل على ٧٥ . وهكذا ، فإن الدرجة ٨٩ تكون عند التينى الـ ٧٥ .

والآن إذا أعطينا نفس الاختبار لفصل آخر من ٢٠ طالب وحصلنا على الدرجات التالية :

٩٨ — ٩٧ — ٩٥ — ٩٤ — ٩٤ — ٩٣ — ٩٢ — ٩١ — ٩١ — ٨٩ —  
٨٨ — ٨٦ — ٨٥ — ٨٣ — ٨١ — ٨٠ — ٨٠ — ٧٩ — ٧٧ — ٧٧ —  
٧٥ .

فإن الدرجة ٨٩ نفسها فى هذه المجموعة تزيد بـ ١٠ فقط من العشرين درجة . وهذا يمثل التينى الخمسين .

ويوضح هذا الشرح أنه من الصعب تفسير درجة اختبار على أساس مطلق ، ومن الأجدى تفسير الدرجات بالنسبة لدرجات أخرى .

أى أن التينى هو الدرجة الخام ، التى يقع أسفلها نسبة مئوية من الدرجات . بينما الرتبة التينية هى النسبة المئوية للحالات أسفل هذه النقطة .

فمثلا ، إذا كان ٨٤٪ من الأفراد فى مجموعة ما تقع أسفل الدرجة ١١٥ ، فإن الـ ١١٥ من التينى الـ ٨٤ .

والرتبة التينية للدرجة ١١٥ هى ٨٤ . ولربط هذا بنتيجة الاختبار ،

تقول ببساطة ، « إن درجتك عند المثني الـ ٨٤ . فهذا يعني أن ٨٤٪ من الأفراد في المجموعة درجتهم أقل منك » .

« المثني هو نقطة تقدير تقع تحتها نسبة معينة من الدرجات » . للرتبة المثنية هو قيمة محولة تقابل النقطة المثنية . بهذا المفهوم ، المثني هو قيمة على المقياس الأصلي للمقياس ، والرتبة المثنية هو قيمة على المقياس المحول .

توزيع للرتب المثنية ، توزيع للدرجات المحولة ، يكون مستطيلا ( يسمى توزيع منتظم لو متناسق Uniform ، ولذلك فإن المسافة بين أي رتبتين مثنيتين متجاورتين تحتوي ١٪ من المساحة . وحيث أننا نتعامل مع توزيع للدرجات الملاحظة والتي توزيعها ليس مستطيلا ، فإن التحويل إلى الرتب المثنية يفتح عنه تغير في المسافة النسبية بين الدرجات . فمثلا ، إذا حولنا مجموعة درجات خام موزعة اعتداليا إلى رتب مثنية ، فإنها تأخذ مسافة درجة خام أقل لكي تشمل ١٪ من المساحة القريبة من متوسط التوزيع مما تأخذه عند الأطراف .

فحين نرى أن الفرق بين الرتب المثنية ٥٠ ، ٥٥ في التوزيع الاعتدالي لمجموعة من الدرجات يكون حوالي ١٣ ولها انحراف معياري واحد . وعلى العكس ، فإن الفرق بين الرتب المثنية ٩٠ ، ٩٥ تكون حوالي ٣٦ وتقريبا . لها انحراف معياري واحد .

ويعتبر هذا عيبا لاستخدام المثنيات والرتب المثنية . لأنه مع التوزيع الاعتدالي للدرجات الخام ، فإن فروق الدرجة الخام القريبة من متوسط التوزيع تفتح عنها فروق أكبر في الرتب المثنية ، بينما فروق الدرجة الخام القريبة من أطراف التوزيع تفتح عنها فروق أصغر في الرتب المثنية .

وهكذا ، فإن التشويه في التحويل من الدرجات الخام إلى الرتب المثنية ، لا يبقى على الفرق النسبي بين الدرجات كنتيجة لهذا التحريف ، فإنه من المناسب أن نهمل الفروق الكبيرة نسبيا في الرتب المثنية في منتصف التوزيع الاعتدالي لمجموعة درجات خام . وخلصنا إلى الفروق الأصغر نسبيا في الرتب المثنية عند الأطراف لمجموعة درجات خام موزعة اعتداليا .

« للرتبة المئينية ملائمة جدا لسهولة تفسير درجات الاختبار ، خاصة للأفراد غير المتخصصين مع ذلك ، فهناك عيبين للتوزيعات الاعتدالية :

- ١ — تعكس الفروق الكبيرة في الرتب المئينية في منتصف التوزيع فروق درجة خام صغيرة .
- ٢ — تعكس الفروق الصغيرة في الرتب المئينية عند أطراف التوزيع ، فروق درجة خام كبيرة .

### المعايير :

إن الغرض الهام لتحويل توزيع درجات الاختبار هو تفسير الدرجات وإعطاء بعض المعنى لها . وكما رأينا ، فإن للدرجة الخام ومثيلاتها النسبة المئوية ليس لها في ذاتها معنى أو دلالة . فالدرجة الخام تعجز عن إعطاء أى تفسير . وهكذا ، لا يكون للدرجة الخام ولا للنسبة المئوية دلالة في حد ذاتها بل نحتاج إلى معيار يكسبها معنى .

ولذلك كان لابد من تحويلها حتى تصبح ذات دلالة للحصول عليها . وتلك الدرجات المحولة هي التي نقصد بها عند الكلام عن المعايير . وتخدم المعايير غرضين :

- ١ — فهي تحدد مركز الفرد بالنسبة لعينة التقنين .
  - ٢ — تمكننا من مقارنة مركز الفرد على مقياس بمركزه على غيره .
- أى أن المعايير هي ملخصات للانحصاء الذى يشرح أداء المختبرين في مجموعة مرجعية على الاختبار موضع الاعتبار ويقصد بالاختبار هنا ، فسوح من أداة القياس .

### تمارين :

- ١ — حول الدرجات للخام الآتية إلى درجات معيارية :  
٥٨ ، ٥٢ ، ٤٣ ، ٥٩ ، ٤٩ ، ٤١ ، ٤٠ ، ٤٨ ، ٥٠ ، ٥١ .
- ٢ — إذا كان المتوسط والانحراف المعياري لثلاث مواد مختلفة كالآتي

$$(أ) م = ٦٠ \quad ٦ \quad ع = ١٢$$

$$(ب) م = ٤٨ \quad ٦ \quad ع = ٥$$

$$(ج) م = ٥٦ \quad ٦ \quad ع = ٧$$

فإذا حصلت شيرين على الدرجة ٧٢ في المنهج ( أ ) ، وحصل أحمد على الدرجة ٦٨ في المنهج (ب) ، وحصل عمرو على الدرجة ٧٧ في المنهج ( ج ) . أي طالب أدلوه أفضل نسبيا في المناهج الثلاثة ؟

٣ — للجدول التالي يوضح المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لأربع اختبارات :

الاختبار ( أ )	الاختبار (ب)	الاختبار (ج)	الاختبار ( د )
المتوسط ٧٣	٦٠	٨١	٩٢
الانحراف المعياري ٥	١٢	٧	٤

وكانت درجات شيرين وأحمد وعمرو على كل اختبارات كالآتي :

( أ )	(ب)	(ج)	( د )	
٨٠	٨٤	٨٨	٩٦	شيرين
٩٠	٦٠	٦٠	٨٤	أحمد
٤٠	٤٨	٩٥	١٠٠	عمرو

وأعطيت للاختبارات الأوزان التالية : الاختبار ( أ ) وزن من ( ١ ) الاختبار (ب) وزن من ( ٢ ) ، الاختبار ( ج ) وزن من ( ٣ ) ، والاختبار ( د ) وزن من ( ٤ ) . أي طالب من الثلاثة أدلوه أفضل في هذا المنهج ؟



## الفصل السادس

### الارتباط



## التباين المتلازم (أو التلازم)

### COVARIATION

نناقشنا في الفصول السابقة توزيعاً واحداً • ولقد فرضنا التوزيع وحددنا مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت • وسنتناول الآن توزيع متغيرين ، أى التوزيع الثنائى • أى أن اعتمادنا فى هذا الجزء سيتحول الى تحليل البيانات التى لها أكثر من متغير والارتباط ، أو العلاقة التى توجد بين متغيرين أو أكثر • عادة يتم تحليل متغيرين ويحددوا بالمحور الأفقى س والرأس ص • وعندما تحدثنا عن المتغير الواحد ، رسمنا مصلحه التكرارى فى بعدين لها عند مناقشة التوزيع الثنائى bivariate فنجد أنه يحدث فى ثلاث أبعاد •

مثال :

الجدول التالى يوضح توزيع درجات ٥ أفراد على متغيرين منفصلين

س ، ص •

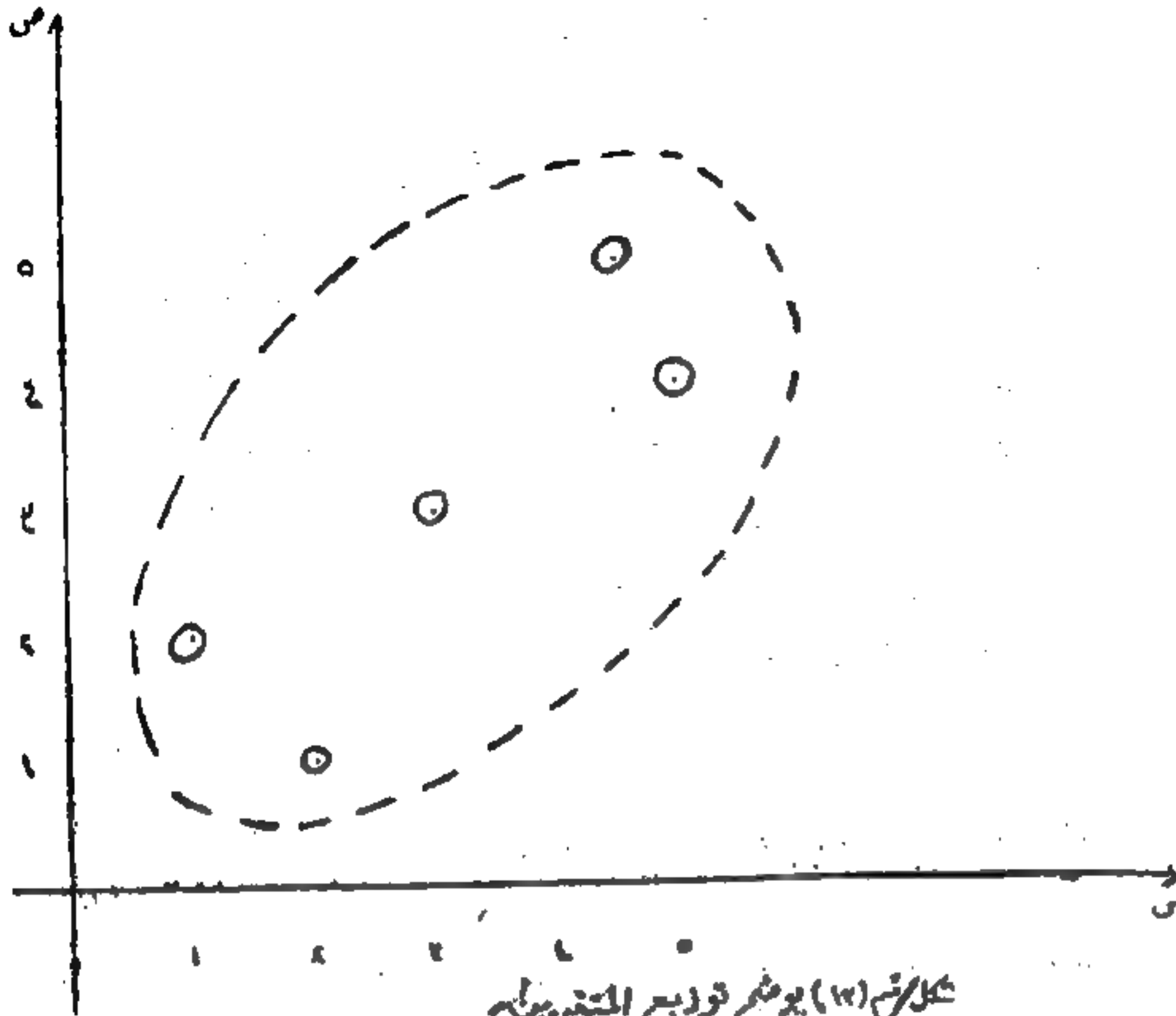
الأفراد	الدرجة (س)	الدرجة (ص)	(س-ص)	(ص-س)
أ	١	٢	١	٢
ب	٢	١	١	٢
ج	٣	٣	٠	٠
د	٤	١	٣	١
هـ	٥	٢	٣	٢

$$\text{مجم س} = ١٥ \quad \text{مجم ص} = ١٥$$

$$\text{مجم } (س-ص) = ٣ \quad \text{مجم } (ص-س) = ٣$$

والشكل التالى يمثل توزيع المتغيرين :





شكل رقم (١٣) توزيع المتغيرين

ويحدد مركز الأفراد بواسطة الأحداث المحددة بواسطة مقاييس القياس للمتغيرين س ، ص .

فمثلاً ، تحدد الأحداثيات للفرد ١ عند  $s = ١$  ،  $v = ٢$  . وبالنظر للشكل السابق فلاحظ اتجاهات توزيع ثنائى يتجه بحيث أن الدرجات المرتفعة على س مرتبطة مع الدرجات المرتفعة على ص ، والدرجات المنخفضة على س مرتبطة مع الدرجات المنخفضة على ص . فمثلاً ، الأفراد د ، هـ لهما درجات انحراف موجبة على كل من المتغيرين س ، ص . والأفراد ٢ ، ب لهما درجات انحراف سالبة على كل من المتغيرين س ، ص . فإذا لتجه الأفراد الى أعلى أو أسفل المتوسط على كلا المتغيرين ، فإننا نقول أن هناك تباين متلازم . Covariation في درجاتهم .

ويحدد التباين المتلازم لـ س ، ص كالآتى :

$$\frac{\sum \sum x_i x_j}{n} = \text{التباين المتلازم}$$

وبدل  $\sum \sum x_i x_j$  على التلازم Covarianca أى هو متوسط حاصل ضرب انحراف مجموعتين من الدرجات .

ويلاحظ أن انحراف الدرجة لشخص ما على المتغير من تضرب في انحراف الدرجة لنفس الشخص على المتغير من . وعلى ذلك يمكن تعريفه كالآتى :

« التلازم هو متوسط حاصل ضرب انحراف الدرجات لمتغيرين » .

وهو يفيدنا في توضيح العلاقة ، لكن تفسيره ليس سهلا مثل معامل الارتباط .

### مفهوم الارتباط الخطى : -

أحد المهام الرئيسية للعلوم هو تحليل العلاقات البينية Interrelations للمتغيرات . وتساعد الدراسات الارتباطية في الحصول على أوصاف الظاهرة بمحاولة تحديد الدرجة التى يرتبط بها متغيران وإلى أى مدى يؤثر التغير فى متغير على المتغير الآخر . ويدرس عالم الفيزياء العلاقة بين درجة الحرارة والضغط للغاز بأن يغير درجة حرارة الأول ليحدد الضغط عند درجات حرارة مختلفة . وفى العلوم الاجتماعية ، وثيقنا فى العلوم البيولوجية ، تتعلق المتغيرات التى تدرس بخواص الأفراد . ويهتم المعلمون بصفة خاصة بالعلاقات . فمثلا ، ربما يرغب المدرس فى معرفة العلاقة بين الذكاء والسلوك المقاوم ( أو المعارض recalcitrant ) للتلاميذ ، وما هى العوامل أو الشروط المرتبطة بالتدريس الناجح ؟ ، أو ما هى نواحي السلوك التى تعتبر القبيحة الأفضل للاداء المثيل . ومن أجل تحديد الاجابات لهذه الأسئلة فان المعلم يجب أن يختبر كل أنواع العلاقات . ولدراسة العلاقات يضطر الباحث ان يأخذ قياسات على افراد عديدين .

فمثلا ، اذا اخذنا فى الاعتبار متغيرين مثل الوزن والطول ، فنحن قياس الطول

والوزن — ن من الأفراد ينتج عنه ن من تزاوج الملاحظات والتي عن طريقها  
يمكن تحديد اذا كان المتغيران يختلفان معا . ومن المهم تحديد صورة العلاقة  
( رياضيا ) والدقة التي يمكن بواسطتها عمل للتنبؤات .

وأبسط الصور الرياضية تعبيرا عن العلاقات هي :

$$ص = ا + ب \times س$$

حيث ص ، هي تدل على المتغيرات ، ا ، ب ثوابت تحدد من الملاحظات .  
ويمكن تحديد دقة التنبؤ ، ومن الملائم أن يكون لدينا بعض المقاييس العامة  
لهذه الدقة . أحد هذه المقاييس التي يمكن حسابها والتي تعطى معلومة بالنسبة  
لدرجة الدقة ودرجة العلاقة هو مقياس معامل الارتباط ، ويرمز له بالرمز ( r ).

ولا يدلنا مقياس العلاقة هذا ، على درجة العلاقة فقط ، إنما يدلنا أيضا  
على اقتران المتوسطين والانحرافين المعياريين ويسمح لنا بكتابة المعادلة  
الخطية للتنبؤ س من ص أو ص من س .

وعلى الرغم من أن الارتباط لا يتضمن معنى السببية ، إلا أنه أداة مفيدة  
لعمل التنبؤات . فالارتباط يوضح العلاقة بين متغيرين ، فهو يدلنا على مدى  
ارتباط متغيرين ، أو المدى الذي يحدثانه معا .

#### فمثلا :

العلاقة بين متغيرات الطول والوزن ، القوة والسن ، الذكاء والمستوى  
الاجتماعي ، الاستعدادات ...

ويمكن ذكر السؤال الخاص بالعلاقة بين متغيرات من هذا النوع كالآتي :

هل هناك اتجاه للفرد الذي تقديره مرتفع ( أو منخفض ) على صفة لأن  
يكون مرتفعا أو منخفضا على صفة أخرى أيضا ؟ ويجب أن نذكر أن العلاقات  
تتضمن متغيرا واحدا فقط .

هل أطوال الأبناء ترتبط مع أطوال آبائهم ؟ هل نسب ذكاء الراشدين  
تنتمي الى نسب ذكائهم في الطفولة ؟

### معنى الارتباط وأهميته : —

- نرى مما سبق ، أن الارتباط في معناه العلمي للحقيق هو التغير الاقتراني .
- أو بمعنى آخر ، هو النزعة إلى لاقتران التغير في ظاهرة بالتغير في ظاهرة أخرى .

ويقاس هذا الاقتران بمعاملات الارتباط التي تهدف إلى قياس الاقتران القائم بين أي ظاهرتين قياسا علميا احصائيا دقيقا . وهكذا فإن معامل الارتباط يلخص البيانات العددية لأي ظاهرتين في معامل واحد ، كما كانت مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت تلخص البيانات العددية للظواهر الاحصائية المفردة .

وقد يكون هذا التغير الاقتراني ايجابيا مثل زيادة طول عمود من الحديد تبعا لزيادة درجات الحرارة .

وتنتج الارتباطات الموجبة عندما يحصل الأفراد على درجات مرتفعة على المتغير الأول ويحصلون أيضا على درجات مرتفعة على المتغير الثاني . كذلك إذا حصل الأفراد على درجات منخفضة في المتغير الأول وعلى درجات منخفضة في المتغير الثاني .

فمثلا ، الارتباط الموجب بين الطول والوزن يعني أن هؤلاء الأفراد الذين أعلى من المتوسط في الطول يكونون أيضا أعلى من المتوسط في الوزن ، وأن هؤلاء الذين يكونون أقل من المتوسط في الطول يكونون بالمثل أقل من المتوسط في الوزن .

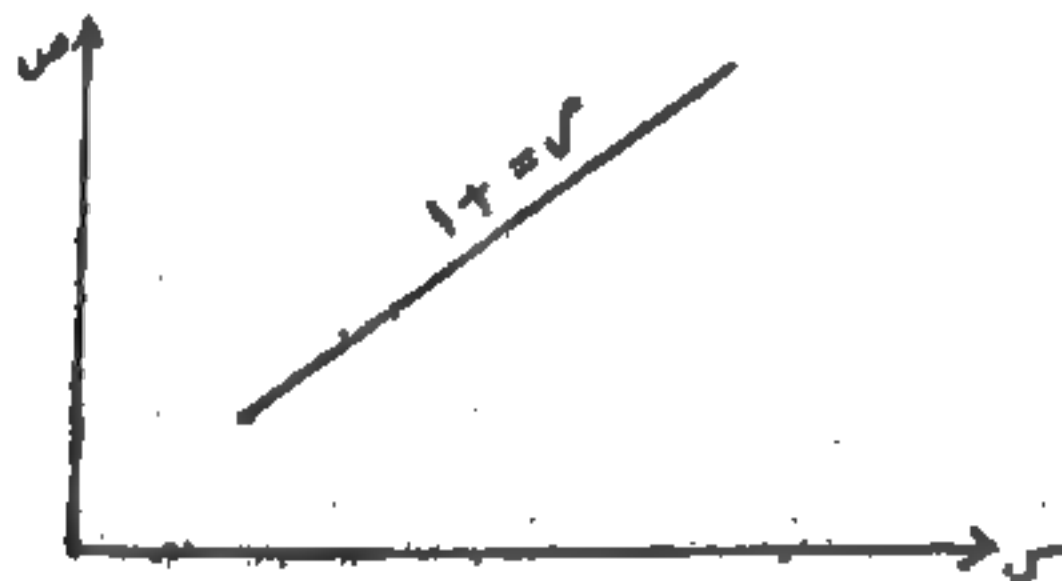
وقد يكون هذا التغير الاقتراني سلبيا مثل : نقصان حجم قطعة الثلج تبعا لزيادة درجات الحرارة .

وتنتج الارتباطات السالبة عندما يميل الأفراد الذين يحصلون على درجات مرتفعة على المتغير الأول في أن يحصلوا على درجات منخفضة في المتغير الثاني ، وهؤلاء الذين يحصلون على تقديرات منخفضة في المتغير الأول ، يحصلون على تقدير مرتفع على المتغير الثاني .

وتتحدد قيمة معامل الارتباط بين + ١ ، صفر ، - ١ .

وتدل القيمة + ١ على ارتباط موجب تام . فإذا كانت العلاقة مطردة ( كالعلاقة بين قطر الدائرة ومحيطها ) كانت قيمة معامل الارتباط + ١ .

وتعنى القيمة + ١ أن التوزيع الثنائي يكون خطا تماما . أى أن الدرجات المرتفعة على المتغير س ترتبط مع الدرجات المرتفعة على المتغير ص ، والدرجات المنخفضة على المتغير س ترتبط مع الدرجات المنخفضة على المتغير ص . والشكل التالي يمثل علاقة موجبة حيث ترتبط الدرجات المرتفعة مع بعض الدرجات المنخفضة مع الدرجات المنخفضة .



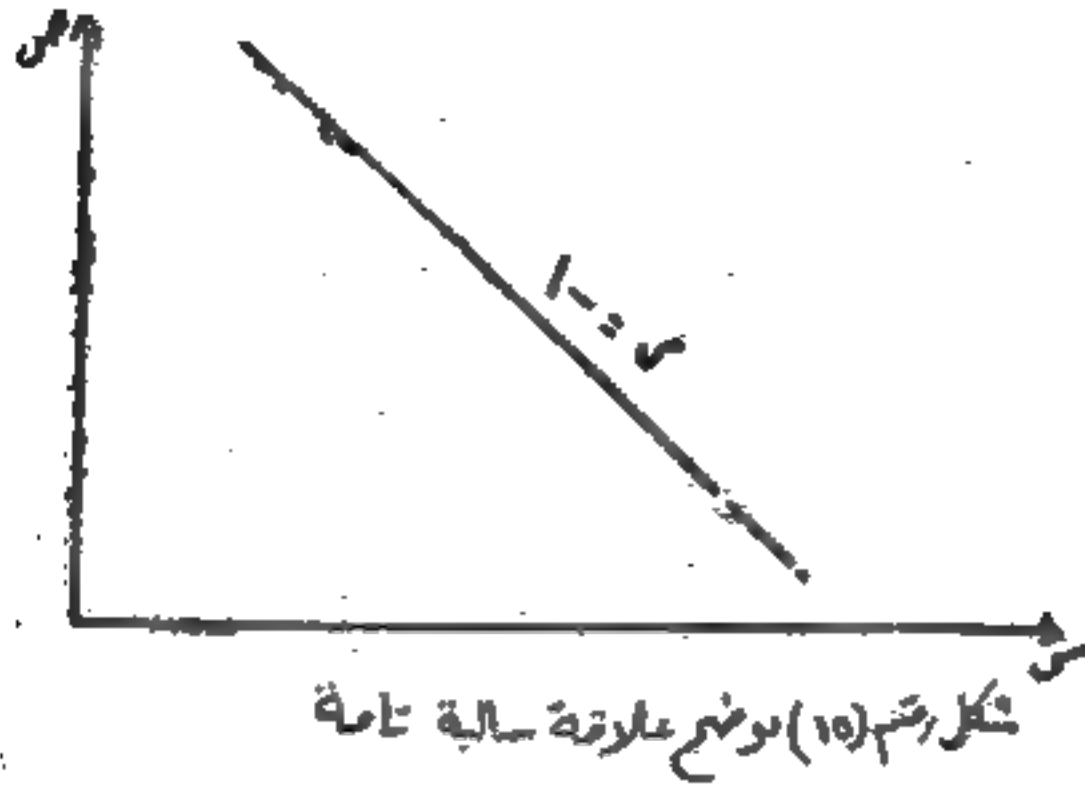
شكل رقم (١٨) يوضح علاقة موجبة عامة

ونحصل على ارتباطات صفرية عندما يقدر الأفراد بارتفاع على المتغير الأول ويقدرון بالمثل بارتفاع على المتغير الثانى ، مثل ما يقدرون بانخفاض ، أو ، عندما يقدر الأفراد بانخفاض على المتغير الأول يقدرون بالمثل بانخفاض على المتغير الثانى مثل ما يقدرون بارتفاع . أى أن القيمة العددية للارتباط تصل إلى الصفر عندما يتناشى التغير الاقترانى لدرجات المقياسين . وهذا يدل على أنه لا توجد علاقة على الإطلاق ، أو ارتباط صفرى . أى أنها تمثل الغياب التام لارتباط خطى بين المتغيرات .

وتدل القيمة - ١ على ارتباط سالب تام . فإذا كانت العلاقة عكسية كاملة ( كالعلاقة بين حجم الغاز وضغطه فى حدود معينة ) ، كانت قيمة معامل الارتباط = - ١ .

أى أن معامل الارتباط = - ١ يدل أيضا على علاقة خطية تسامة ، لكن

هنا ترتبط الدرجات المرتفعة على المتغير  $X$  مع درجات المتغير  $Y$  المنخفضة ،  
وترتبط درجات المتغير  $Y$  المنخفضة مع درجات المتغير  $X$  المرتفعة ، أى أن هناك  
انعكاسا تاما ، أو علاقة سالبة كما نرى للشكل التالى :



والارتباط الكامل لا وجود له في الظواهر الطبيعية ، والمعامل الناتج في  
البحوث النفسية أو الاجتماعية يكون عادة كسرا موجبا أو سالبا . فالقيم بين  
صفر ، ١ ( سواء موجب أو سالب ) تدل على درجات متباينة ( أو مختلفة )  
للاارتباط الخطي .

فمثلا ، من المحتمل وجود علاقة موجبة معتدلة بين اختبار الذكاء واختبار  
التحصيل . وهذا يعنى ، أن الدرجات المرتفعة على اختبار الذكاء تميل إلى أن  
ترتبط مع الدرجات المرتفعة على اختبار التحصيل .

أما إذا كان لدينا علاقة بين مقياسين ، مثل درجات الذكاء والزمن المطلوب  
لحل مشكلة ، فمن المحتمل أن تكون العلاقة سالبة . أى أن المختبرين الذين  
درجاتهم مرتفعة على اختبار الذكاء يأخذون زمنا قليلا لحل المشكلة ، والمختبرين  
الذين درجاتهم منخفضة على الذكاء يأخذون زمنا طويلا .

والتنبؤ هو الهدف الأساسى للبحث الارتباطي . فمثلا ، إذا كان الارتباط  
بين الطول والوزن  $r = 0.75$  ، فإننا نستطيع التنبؤ بدقة عن وزن فرد إذا عرفنا  
طوله ، أكثر منه إذا كان الارتباط  $r = 0.25$  فقط .

أى أن معرفة درجة للفرد على متغير تسمح لنا بالتنبؤ بدقة عن درجته على المتغير الآخر .

وتفيد معاملات الارتباط أيضا ، في اختبار الثبات ، للصدق ، وفي بناء الاختبارات .

ولا يتأثر معامل الارتباط بزيادة أو نقصان درجات الاختبارات بكمية ثابتة . فلذا أضفنا ( أو طرحنا ) عددا ثابتا إلى جميع درجات أى اختبار ، فإن هذه الإضافة ( أو الطرح ) لا تؤثر في ترتيب الأفراد بالنسبة لدرجات الاختبار ويبقى التغير المشترك للقائم بين الاختبارين كما هو ولا يتأثر بهذه الإضافة ( أو النقصان ) أيضا يمكن أن نضرب كل درجة  $\times 10$  ولن يؤثر هذا على حجم معامل الارتباط .

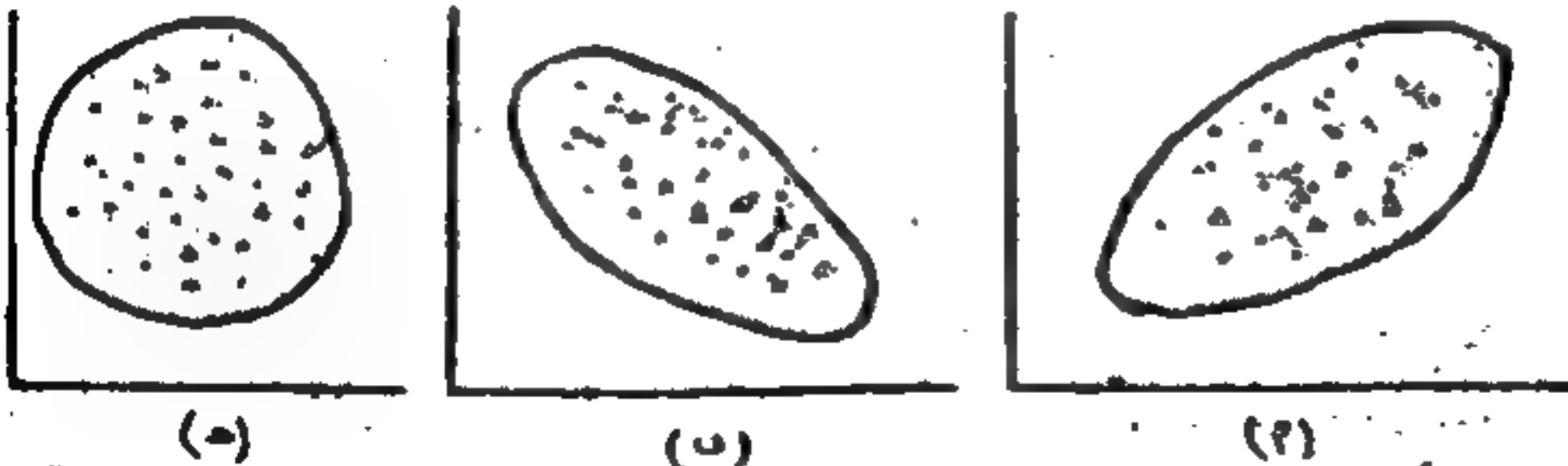
ومن الخواص الاحصائية أيضا لمعاملات الارتباط ، أن للتوزيع التكرارى لها يقترب من التوزيع الاعتدالى كلما اقتربت القيم العددية لتلك الارتباطات من الصفر ، ويلتوى القواء شجيدا كلما اقتربت الارتباطات من الواحد الصحيح .

#### Scatter plots

#### نقط الانتشار :

لكن نحصل على رؤية بصرية ( أو تمثيل بصرى ) للعلاقة بين متغيرين ، يستخدم الاحصائيون رسما بيانيا يعرف باسم نقط الانتشار . وهو عبارة عن رسم بياني للارتباط حيث تمثل كل نقطة فيه زوجا من الدرجات .

ويوضح الشكل التالى الأنواع الثلاثة للعلاقة التى يمكن أن توجد بين متغيرين . ( ٧ : ٤٤٠ ) .



شكل (١٦) يوضح الأنواع الثلاثة للعلاقة

يوضح الرسم ( ١ ) ارتباطا موجبا حيث تتجه مساحة النقط من اليسار الأمل الى اليمين الأعلى ، ويعلنا هذا على انه كلما ازداد متغير ، يتغير الثانى ايضا .

ويوضح الرسم (ب) ارتباطا سلبا ، حيث تتجه مساحة النقط من اليسار الأعلى الى اليمين الأمل ، موضحا انه كلما لزداد متغير ، ينقص المتغير الثانى .

ويوضح الرسم ( ج ) ارتباطا صفريا ، لو لا توجد علاقة على الإطلاق .  
لذا كلما تغير متغير ، لا يتبعه تغير فى الآخر .

### أنواع التغير الاقترانى :

تختلف طرق حساب معاملات الارتباط تبعا لاختلاف البيانات العددية وكيفية تصنيفها ، وباختلاف نوع الاختبار واختلاف الظواهر المدروسة ايضا .  
تعد تدل البيانات العددية على درجات الأفراد أو على نجاحهم ورسوبهم أو على ترتيبهم . ويمكن أن نلخص أهم صور التغير الاقترانى لآى مقياسين فى الأنواع التالية : —

#### ١ — التغير الاقترانى المتتابع : —

المقياس الذى يعتمد على الدرجات الفعلية يقوم فى جوهره على المسلسل للبيانات العددية ، ويسمى هذا النوع المتتابع : مثل ١٢ ، ١٣ ، ١٥ ، أى اقتران متابع تدريج المقياس الأول بمتابع تدرج المقياس الثانى . والعلاقة بين المتغيرين هنا علاقة خطية . وهناك طرق مختلفة لحساب معامل الارتباط فى هذا النوع من التغير الاقترانى وتعتمد جميعها على الانحراف المعيارى وانحراف الدرجات عن متوسطها ، وإن كانت كلها مبنية على طريقة بيرسون الخاصة بحاصل ضرب الموزوم التى سيأتى شرحها بالتفصيل فيما بعد .

#### ٢ — التغير الاقترانى اللانفسى :

وفيه نميز بين :

( ١ ) اقتران متتابع المقياس الأول بثنائية تدرج المقياس الثانى مثل درجات



الأفراد في اختبار ما ودرجتهم على سؤال معين من نفس الاختبار . ( اى الدرجة الكلية على الاختبار ودرجة نفس الفرد على هذا السؤال اذا كانت ١ أو صفرا ) .  
ولا نستطيع هنا أن نستخدم طريقة حاصل ضرب العزوم لبيرسون ، إنما نستخدم معامل الارتباط الثنائى في إيجاد هذه للعلاقة . Biserial Correlation

(ب) لقرنان ثنائىة المقياس الأول بثنائية المقياس الثانى . كمثال لذلك ، لقرنان ثنائىة الاجابة على احد الأسئلة بثنائية الاجابة على سؤال آخر . كذلك اذا احتجنا الى قياس للتغير الاقترانى بين ظاهرتين أو صفتين لا نستطيع معهما تطبيق الاختبارات ذات المقياس المتدرجة مثل دراسة سمة من سمات الشخصية والنجاح الدراسى حيث تكون البيانات للرقمية ماصرة على مجرد نجاح أو راسب .  
وفى هذا النوع من التغير الاقترانى يحسب الارتباط بواسطة معاملات الارتباط الرباعى .

### ٣ — اقتران ترتيب المقياس الأول بترتيب المقياس الثانى :

ويعتمد هذا النوع على تحديد مستويات الأفراد بتحديد ترتيبهم ولذلك يسمى هذا النوع للترتيبى . كمثال لذلك ، ادراك للعلاقة القائمة بين ترتيب الأفراد فى اختبار ما وترتيبهم فى اختبار آخر .

وفيما يلى شرح مختصر لهذه الطرق المختلفة .

### ١ — معامل الارتباط لبيرسون

تعتمد الطرق الاحصائية لحساب معامل ارتباط درجات المقاييس المتقابلة بدرجات المقاييس الأخرى المتقابلة على مدى تلازم الدرجات المعيارية لأى مقياس من هذه المقاييس بالدرجات المعيارية التى تقابلها فى المقياس الآخر .

وتسمى احد معاملات الارتباط التى تستخدم غالبا بمعامل ارتباط العزوم لبيرسون ، Product moment of Correlaton أو ببساطة ، معامل لبيرسون . على اعتبار أن لفظ Moment يفيد انحراف للقيم عن المتوسط مرفوعا لأية قوة وتقوم للتسمية على أساس أن المقدار الهام فى هذه الطريقة هو حاصل ضرب انحراف كل من القيمتين المتقابلتين فى المتغيرين عن متوسطهما .

أنشأ ( أركون ) هذا المقياس كارل بيرسون Karl Pearson تلميذ  
فرانسيس جالتون • Sir Francis Galton ( ٧ : ٤٤٠ ) .

وتسمى أحيانا معامل الارتباط التتابعى لأنه يقوم في جوهره على مدى  
اقتران للتدرج المتتابع للظاهرة الأولى بالتدرج المتتابع للظاهرة الثانية •

وارتباط للعزم نوع من الاختبارات الاحصائية البارامترية • ولقد حدد  
سيجل Siegel الاختبار البارامترى كالآتى :

« هو الاختبار الذى يناسب شروطا معينة بالنسبة لمحددات Parameters  
المجتمع الذى تشتق منه عينة البحث • ولا تختبر عادة هذه الشروط ، حيث  
يفترض أنها موجودة • وتعتمد معنى نتائج الاختبار البارامترى على صدق هذه  
الافتراضات » ، ( ١ : ٦١١ ) •

ويصف معامل ارتباط العزم لبيرسون (  $r$  ) الخط المستقيم أو العلاقة  
الخطية بين متغيرين مرسومين على المحور س ٦ ص • فهو يقيس إلى  
أى مدى تتبع مجموعة من النقاط في بعدين خطيا مستقيما • أى هو  
قياس درجة الارتباط الخطى بين متغيرين وتتراوح قيمته بين  $-1$  +  $1$  •  
وتمثل القيم المتطرفة علاقة سالبة وعلاقة موجبة قامة على التوالى • أى أن  
المتغيرات لها علاقة خطية قامة بحيث أن كل النقاط في العينة سوف تقع تماما  
على خط مستقيم • وإذا كانت قيمة (  $r$  ) كبيرة مطلقة ، فإن هذا يدل على وجود  
درجة عالية من الارتباط الخطى • ومعامل ارتباط العزم نسبى ، لأنه يعبر عن  
مدى العلاقة بين التغيرات التى تحدث في عامل وما يقابلها من التغيرات في  
المتغير الآخر •

وتوفر هذه الطريقة على الباحث استخدام الأعداد الأصلية الكبيرة في  
حساب معامل الارتباط ، إلا أن سهولتها تتوفر حينما يكون المتوسطان للحسابيان  
لقيم المتغيرين أعدادا صحيحة •

ومعامل الارتباط (  $r$  ) لبيرسون هو متوسط حاصل ضرب الدرجة  
الميسارية  $Z$  للمتغيرات س ، ص •

$$\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = s^2$$

حيث  $\bar{x}$  أية درجة معيارية من درجات المقياس الأول  
 $\bar{y}$  درجة المقياس الثاني (  $\bar{y}$  ) المعيارية التي تقابل الدرجة المعيارية  $\bar{x}$   
 ،  $n$  عدد الأفراد .

ولحساب (  $s^2$  ) تحول كل درجة خام إلى الدرجة المعيارية  $\bar{x}$  ثم نضرب  
 للدرجات المعيارية (  $\bar{x}$  ) لكل متغير ، ثم نضرب نواتج الضرب ونقسم على عدد  
 الأفراد لكي نحصل على متوسط الناتج ، الذي هو معامل الارتباط .

ومن الواضح أنها عملية طويلة وشاقة لكثرة العمليات الحسابية التي  
 تتطلبها ، وخاصة إذا زاد عدد الدرجات إلى الحد الذي يعوق سرعة حساب  
 معامل الارتباط . واشتق الإحصائيون Statisticians معادلة أبسط ، لها  
 حسابات رياضية أقل ، وذلك عن طريق حساب الانحراف المعياري فتأخذ  
 للصورة الآتية :

$$\frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n \cdot s_x \cdot s_y} = r$$

حيث  $s_x$  الانحراف المعياري للاختبار الأول .

حيث  $s_y$  الانحراف المعياري للاختبار الثاني .

أو حساب الارتباط عن طريق الانحرافات ، وتهدف هذه الطريقة إلى  
 التخلص من حساب الانحراف المعياري والاكتفاء بحساب الانحرافات ومربعاتها  
 وتصيغ المسألة كالآتي :

$$\frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}} = r$$

حيث  $\bar{X}_1$  انحراف القيمة عن متوسط قيم المتغير الأول ( ص ) .

$\bar{X}_2$  انحراف القيمة عن متوسط قيم المتغير الثاني ( ص ) .

$\bar{X}_1 \bar{X}_2$  يوضح ما بين المتغيرين من ارتباط . فكلما زاد  $\bar{X}_1 \bar{X}_2$  ،

كلما زادت العلاقة بين المتغيرين اطرادا . أما إذا كانت قيمة  $\bar{X}_1 \bar{X}_2$  سالبة فهذا يدل على أن انحراف القيم المتقابلة في المتغيرين عن المتوسط يسير في اتجاه عكسي على وجه العموم .

فمثلا ، ترتبط الأطوال والأوزان للأفراد ارتباطا موجبا ، بينما يرتبط عمر السيارة وقيمتها ارتباطا سالبا . أما إذا كانت  $\bar{X}_1 \bar{X}_2 = 0$  ، فاننا نذكر أن المتغيرات تكون غير مرتبطة وأنه لا يوجد بينهم ارتباط خطي كما سبق أن ذكرنا .

تذكر أن إشارة انحراف الدرجة مهم . فإذا كانت الدرجة مرتفعة على متغير ترتبط مع الدرجات المنخفضة على المتغير الآخر ، فإن حواصل الضرب سوف تكون سالبة . ويكون المقام في المعادلة موجبا دائما ، حيث أن الانحرافات المعيارية تكون موجبة دائما .

### مثال ( ١ ) :

نفرض أن لدينا متغيرين متصلين ص ، ص درجاتهم كالأتي والمطلوب حساب معامل ارتباط بيرسون لهم .

الأفراد	ص	ص	$\bar{X}_1$	$\bar{X}_2$	$\bar{X}_1 \bar{X}_2$	$\bar{X}_1^2$	$\bar{X}_2^2$
أ	١	٢	٢	٤	٨	٤	١٦
ب	٢	١	٢	٤	٨	٤	١٦
ج	٣	٣	٣	٩	٢٧	٩	٨١
د	٤	٥	٤	٢٥	٢٠	١٦	٦٢٥
هـ	٥	٤	٤	١٦	٢٠	١٦	٦٤

$$r = \frac{8}{\sqrt{100}} = \frac{8}{\sqrt{10 \times 10}} = \sqrt{}$$

مثال (٢) :

أوجد معامل الارتباط لدرجات ٧ أفراد في اختبار الذكاء واختبار التحصيل .

الحل :

سلسلة	قيم دس،	قيم دس،	ح ص	ح ص	ح ص	ح ص	ح ص	ح ص
١	١٠٥	٦٥	٢	١٢	٣٦	٩	١٤٤	
٢	١٠٨	٧٤	صفر	٢	صفر	صفر	٩	
٣	١١٢	٨٢	٤	٥	٢٠	١٦	٢٥	
٤	١١٥	٩٣	٧	١٦	١١٢	٤٩	٢٥٦	
٥	١١٦	٩٦	٨	١٩	١٥٢	٦٤	٣٦١	
٦	٩٦	٦٠	١٢	١٧	٤٠٤	١٤٤	٢٨٩	
٧	١٠٤	٦٩	٤	٨	٣٢	١٦	٦٤	
	محس=٧٥٦	محس=٥٣٩	صفر	صفر	٥٥٦	٢٩٨	١١٤٨	
	١٠٨ = ص	٧٧ = ص						

$$r = \frac{(ح ص)}{\sqrt{ح ص \times ح ص}} = \frac{٥٥٦}{\sqrt{١١٤٨ \times ٢٩٨}}$$

$$r = \frac{٥٥٦}{٥٨٤.٩٠} = ٩٥$$

وهذا معامل ارتباط كبير جدا مما يدل على وجود علاقة كبيرة بين الذكاء والتحصيل .

مثال (٣) :

هذه درجات خمس طالبات في اختبارين مختلفين . أوجد معامل الارتباط .

سلسلة قيم (س) قيم (ص) ح ص ح ص ح ص ح ص ح ص											
١	٥٥	٤	٧	صفر	صفر	٤٩	١				
٢	٧٠	٥	٨	١	٨	٦٤	١				
٣	٤٥	٢	١٧	١	١٧	٢٨٩	١				
٤	٦٠	٥	٢	١	٢	٤	١				
٥	٨٠	٣	١٨	١	١٨	٣٢٤	١				
<hr/>											
محس = ٢١٠	محس = ٢٠	صفر	صفر	٥	٧٢٠	٤					
س = ٦٢	ص = ٤										

$$\therefore \text{م} = \frac{0}{54004} = \frac{0}{720 \times 4} = 0.9$$

وهذا للمعامل ضعيف جدا بل يعتبر صفري تقريبا مما يدل على عدم وجود علاقة بين المتغيرين .

#### حساب الارتباط للدرجات الخام بالطريقة العامة :

من أهم مميزات هذه الطريقة دقتها وسرعتها . فهي تعتمد مباشرة على الدرجات الخام ومربعات هذه الدرجات . وهي صورة جبرية بسيطة للمعادلة السابقة وهي :

$$\text{م} = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{[\sum (X - \bar{X})^2][\sum (Y - \bar{Y})^2]}}$$

وباستخدام هذه الصورة في حساب بيانات المثال رقم ( ١ ) :

الأفراد	س	ص	س ص	س <sup>٢</sup>	ص <sup>٢</sup>
أ	١	٢	٢	١	٤
ب	٢	١	٢	٤	١
ج	٣	٣	٩	٩	٩
د	٤	٥	٢٠	١٦	٢٥
هـ	٥	٤	٢٠	٢٥	١٦
	١٥	١٥	٥٣	٥٥	٥٥

$$\frac{(10) 10 - (02) 0}{\sqrt{[(220 - 00) 0] [(220 - 00) 0]}} = \checkmark \therefore$$

$$r = \frac{40}{00} = \frac{220 - 260}{00 \times 00} =$$

ومكذا ، فإن صيغة الانحرافات والصيغة الحسابية تعطى نفس النتيجة :  
ومع ذلك ، فغالباً مع مجموعات كبيرة من درجات الاختبار ، يفضل استخدام  
المعادلة الحسابية الأخيرة ، حيث يمكن استخدام الآلة الحاسبة .

#### مثال (٤) :

هذه درجات خمس طلاب في اختبارين مختلفين ، اوجد معامل الارتباط  
بالطريقة العسامة :

قيم (س)	س <sup>٢</sup>	قيم (ص)	ص <sup>٢</sup>	س × ص
٢	٤	٥	٢٥	١٠
٣	٩	٧	٤٩	٢١
٥	٢٥	٦	٣٦	٣٠
٧	٤٩	١٠	١٠٠	٧٠
٨	٦٤	١٢	١٤٤	٩٦

$$\begin{aligned} \text{مجم} = 25 = \text{مجم}^2 = 101 = \text{مجم} = 40 = \text{مجم}^2 = 204 = \text{مجم} = 227 \\ (مجم) = 620 = (مجم) = 1600 \end{aligned}$$

$$\frac{40 \times 20 - 227 \times 0}{\sqrt{(1600 - 204 \times 0) (620 - 101 \times 0)}} = \checkmark \therefore$$

$$\frac{1000 - 1120}{\sqrt{(1600 - 1770) (620 - 700)}} =$$

$$r = \frac{120}{1487} = \frac{120}{22100} = \frac{120}{170 \times 130} =$$

## ٢ - التغير الاقتراني الثنائي (أو الترابط الثنائي)

Biserial Corr.

١ - معامل الارتباط الثنائي

يهدف هذا الارتباط الى قياس التغير الاقتراني القائم بين المقاييس المتقايمة والمقاييس الثنائية . أي ان الترابط الثنائي يستخدم لحساب العلاقة بين سمتين أو متغيرين عندما يكون أحدهما متغيراً متماثلاً في توزيعه بينما يتضمن المتغير الآخر متغيرات ثنائية أو هو المتغير الذي له شقان أو جزآن . مثال ، التوافق - عدم التوافق ، مهارة غير مهارة ، مرتفع - منخفض ، نعم - لا ، ناجح - فاشل . وعلى ذلك ، فإن للحالات التي يستخدم فيها الترابط الثنائي هي التي يصنف فيها أحد المتغيرين في مجموعتين . وأمثلة هذه الحالات كثيرة في البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية . فمثلاً ، ربما يرغب مدرس في تحديد العلاقة بين الأعمار العقلية للتلاميذ ومولاء الذين نجحوا أو رسبوا . أو ارتباط درجات أي اختبار بإجابات سؤال ما من أسئلة هذا الاختبار . ويتضح ان البيانات العددية التي نحصل عليها من الاختبار تختلف عن البيانات العددية التي نحصل عليها من السؤال . فالأولى بيانات متقايمة متصلة يتلو بعضها بعضاً ، والثانية ثنائية فهي إما صحيحة أو خاطئة ، وفي المثال الأول إما ناجح أو راسب . . .

وعلى ذلك ، فنه عندما يستخدم الترابط الثنائي فانه يفترض ان المتغير الثاني مصنف الى فئتين فقط بسبب غياب بيانات كافية مثال : العلاقة بين نمط الشخصية للفرد وبين الذكاء . ويقسم نمط الشخصية الى فئتين انطوائيون وهذا المتغير على الرغم من انه مقسم فقط الى مجموعتين ، الا انه متغير متصل أي ان هناك درجات محتملة لا تنقطع لهذا المتغير . أي انه اذا حصل على بيانات اضافية ، فان هذا المتغير سوف يتوقع ان يفترض توزيعاً اعتدالياً .

وعلى ذلك ، فاستخدم طريقة معامل الارتباط الثنائي ينبغي ان يكون مؤسساً على فرضين :

- ١ - ان يكون كل من المتغيرين متصلًا ، ولكن أحدهما قد صنف بسبب ما لى مجموعتين فقط .



٢ — أن كلا منهما موزع في المجموعة الأصلية Population توزيعاً اعتدالياً .

ومعادلة الارتباط الثنائي هي :

$$\text{معامل الارتباط الثنائي} = \frac{\text{متوسط الصواب} - \text{متوسط الخطأ}}{\text{الانحراف المعياري لدرجات الاختبار}} \times \frac{\text{نسبة الصواب} \times \text{نسبة الخطأ}}{\text{الارتفاع الاعتدالي المقابل لنسبة الصواب}}$$

فالأساس الذي يقوم عليه معامل الارتباط الثنائي ، هو المقارنة بين متوسط المجموعتين . ففي المثال الأخير نقارن بين متوسط نسبة ذكاء الانبساطيين والانطوائيين ، فإن كان متوسط المجموعتين واحداً دل ذلك على انعدام الارتباط بين المتغيرين ، وكلما زاد أو قل متوسط الانطوائيين عن متوسط الانبساطيين كلما دل ذلك على علاقة قوية بين الانطواء والذكاء والعكس بالعكس . ولهذا فإن العنصر الأساسي في هذا المعامل هو الفرق بين المتوسطين .

وتعتمد فكرة تحويل التدرج الثنائي إلى تدرج متتابع على مساحات المنحنى الاعتدالي للمياري . بعد حساب نسبة عدد أفراد المجموعة الكلية ( المجموعتين معاً ) ، نرجع إلى جدول المنحنى الاعتدالي لمعرفة ارتفاع المنحنى الاعتدالي عند نقطة انفصال المجموعتين . بعد ذلك ، نعوض في المعادلة السابقة فنحصل على معامل الارتباط الثنائي . وإذا كان الفرق بين المتوسطين ( متوسط الصواب ، الخطأ ) سالبة الإشارة دل على أن الارتباط عكس .

مثال : لحساب معامل الارتباط الثنائي بين المجموع الكلية لدرجات اختبار بنيه للذكاء واحد بنود اختبار معين ، فتبع الخطوات الآتية كما هي موضحة في الجدول التالي ( ٦ : ٢١٦ ) .

جدول رقم ( ٢ ) للجدول الثنائي لأحد بنود اختبار معين واختبار بنيه

المجموع	الاجابة عن المردة المحددة		درجات الاختبار I. Q.
	اجابة خاطئة	اجابة صحيحة	
١		١	١٤٩ — ١٤٥
			١٤٤ — ١٤٠
١		١	١٣٩ — ١٣٥
٣		٣	١٣٤ — ١٣٠
٤		٤	١٢٩ — ١٢٥
٦		٦	١٢٤ — ١٢٠
١٠		١٠	١١٩ — ١١٥
٧		٧	١١٤ — ١١٠
٩	١	٨	١٠٩ — ١٠٥
٦	١	٥	١٠٤ — ١٠٠
١٣	٤	٩	٩٩ — ٩٥
١٣	٧	٦	٩٤ — ٩٠
١١	٩	٢	٨٩ — ٨٥
٤	٣	١	٨٠ — ٨٤
٤	٤		٧٩ — ٧٥
٥	٥		٧٤ — ٧٠
	٠		٦٩ — ٦٥
٣	٣		٦٤ — ٦٠
١٠٠	٣٧	٦٣	المجموع
١٠٠ر٤٥	٨٤ر٤٣	١٠٩ر١٦	المتوسطات

١ — يحسب متوسط الاختبار بالطريقة العادية المتبعة في حساب المتوسط من فئات الدرجات وهو م = ١٠٠ر٤٥ — عيحد للدرجات = ١٠٠

٢ — يحسب الانحراف المعياري للاختبار وهو ع = ١٧ر٦٩  
حيث ن = ١٠٠

٣ - يحسب متوسط درجات الأفراد الذين أجابوا إجابة صحيحة عن البنود المحدد ، ويستعمل في ذلك بالتكرار المين بالعمود الثاني من الجدول السابق فتضرب كل تكرار في منتصف الفئة المتابلة لنحصل على المتوسط وهو = ١٠٩٨٦ .

٤ - يحسب متوسط درجات الأفراد الذين أجابوا إجابة خاطئة عن البنود المحدد ويستعمل في ذلك بالتكرار المين بالعمود الثالث من الجدول السابق وهو يساوي ٨٤٤٣ .

٥ - تحسب نسبة تكرار الذين أجابوا إجابة صحيحة عن البنود المحدد وهي = ٦٣ .

٦ - تحسب نسبة تكرار الذين أجابوا إجابة خاطئة عن البنود المحدد وهي = ٣٧ .

٧ - بالرجوع إلى جدول مساحات المنحنى الاعتدالي المياري نجد أن ارتفاع العمود الذي يفصل بين نسبة تكرار الإجابات الصحيحة ونسبة تكرار الإجابات الخاطئة هو ٣٧٨ .

٨ - يحسب معامل الارتباط الثنائي حسب المعادلة السابقة :

$$\text{معامل الارتباط الثنائي} = \frac{(٨٤٤٣ - ١٠٩٨٦)}{١٧٦٩} \times$$

$$\frac{(٦٣) \times (٣٧)}{٣٧٨} = ٨٩ .$$

Point Biserial

الارتباط الثنائي الأصلي :

عندما يحكم على المتغير بأنه ثنائي فعلا ( لو حقيقة ) مثل الحياة ، الموت ، قصر نظر ، وطول نظر ... أي أنها ثنائية أصيلة لم تتخرج من تدرج متتابع متصل ، فإننا نستعمل في حساب معامل الارتباط الثنائي بقانون آخر لا يعتمد على خواص المنحنى الاعتدالي المياري ، بل يعتمد في جوهره على نسب الإجابات الصحيحة والخاطئة وحدهما . وهذا القانون هو :

$$r_{ab} = \frac{a^2 b^2}{c^2} \times \sqrt{1 - r^2} \quad (٦ : ٢١٨)$$

حيث م ١ هي متوسط الصواب .

حيث م ب هي متوسط الخطأ .

حيث ا هي نسبة الصواب ، ب نسبة الخطأ ، ع الانحراف المعياري

ومن الواضح ، ان الافتراض باخقية ( او فعلية ) الثنائية افتراض معرض

للخطر hazardous عن الافتراض بوجود توزيع اعتدالي في متغير .

ونلاحظ أيضا انه كلما توجد سمات نفسية او اختبارات تخضع

للتصنيف المزدوج وحده ، ولا يمكن افتراض تتابعها ، لهذا قلما يستخدم هذا

القانون في حساب معامل الارتباط الثنائي .

Phi Coefficient

معامل فاي :

يستخدم معامل لتحديد الارتباط بين زوجين من الصفات عندما يكون

كلا منهما ثنائي التصنيف . أي انه لا يستخدم الا في الحالات التي يتسم فيها

كل من المتغيرين الى قسمين متميزين ومن امثلتها الصفات وعكسها مثل

الجنسين ذكر ومؤنث ، حي وميت ، صحيح وخطأ ، مرتفع او منخفض ، ناجح

او راسب ونعتبر هذا المعامل حالة خاصة من الحالات التي تستخدم فيها

معامل التوافق .

وبشرح الشكل التالي معامل ارتباط العزوم (r) ، لمتغيرين ثنائيين

ممكن حسابه مباشرة من جدول مقسم الى اربعة اقسام .

المحور ص	ب	ا	ب + ا
	- +	+ +	
المحور س	د -	ح -	د + ح
	- -	+ -	
(ب + د)		(ا + ح)	

ومعادلة  $\phi$  هي :

$$\phi = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

حيث  $\phi$  معامل فاي

ا ، ب ، ج ، د محدثات الخلية .

ومعامل  $\phi$  مثل معامل الارتباط للثنائي الأصلي Point biserial فهو  
معامل ارتباط للعزوم ؟

مثال :

اناث	ذكور	
١٥	٢٥	رأسب
٦٠	٤٠	فاجع
٧٥	٦٥	

$$\phi = \frac{(25)(60) - (15)(75)}{\sqrt{(40)(75)(100)(135)}} = \frac{2100}{195000000} = \phi$$

$$r_{48} = \frac{2100}{4410000} =$$

ب - معامل الارتباط الرباعي :

يقتصر معامل الارتباط الرباعي على الحالات التي يمكن فيها تقسيم  
قيم كل من المتغيرين الى قسمين ، وفي اغلب هذه الحالات يرى الباحث ان وسيلة  
القياس التي يستخدمها لم تصل الى درجة كافية من الدقة والثبات تسمح  
بالتمييز الفاصل بين المختبرين . اي ان هذا المعامل يعتمد على التغير الاقتراعي  
القائم بين المقاييس للثنائية ، كمثال لذلك ، معامل الارتباط بين اجابات سؤالين

حيث الإجابة بنعم أولا ، أو الدرجة ( ١ ، صفر ) ، أو كما يحدث حين نحاول حساب معامل الارتباط بين متغيرات لا يمكن قياسها مباشرة ولكن من الممكن تصنيف الأفراد في كل منها تصنيفا زوجيا كمثال العلاقة بين مستوى الذكاء والتكيف الاجتماعي . وصنفنا كلا المتغيرين الى فئاء مرتفع — ومنخفض ، متكيف — وغير متكيف . ويعتمد حساب معامل الارتباط الرباعي على الجدول الرباعي للنسب المختلفة كالآتي :

	التكيف	مرتفع	منخفض
متكيف			
غير متكيف			

والحالات الأربعة التي نميزها هي :

- مستوى ذكاء مرتفع ومتكيف اجتماعيا .
- مستوى ذكاء مرتفع وغير متكيف اجتماعيا .
- مستوى ذكاء منخفض ومتكيف اجتماعيا .
- مستوى ذكاء منخفض وغير متكيف اجتماعيا .

واستخدام معامل الارتباط الرباعي مؤسس على فرضين هامين ، اذا تعذر افتراضهما أصبح هذا المعامل غير صالح للاستعمال وهما :

١ — أن العلاقة بين المتغيرين علاقة خطية ، بحيث يمكن ان ننتجا من احدهما عن الآخر . أي أن المتغيرين يتغيران تغيرا مستمرا بحيث لا تعتبر كل قسم في احدهما صنفا منفصلا عن الآخر .

٢ — أن توزيع كل من المتغيرين توزيع اعتدالي .

ويفترض الباحث هذين الفرضين على أساس المعرفة النظرية والمعلومات السابقة عن المتغيرين اللذين يبحث للعلاقة بينهما وليس على أساس احصائي .

أي أنه في المثال السابق مثلا ، يفترض أن المتغير متصل المتغير ، حيث يكون من الممكن نظريا أن يحصل على أية درجة يفترضها ، وأمكنه كذلك أن يفترض أن المجتمع الأصلي الذي أخذ منه عينه المختبريين موزع توزيعا اعتداليا فيما يتعلق بأي سمة من هذه السمات .

وعملية حساب معامل الارتباط الرباعي طويلة وشاقة ، كما أن القانون معقد وهذا هو السبب الذي يجعله قليل الاستعمال .

### ٣ - معامل ارتباط الرتب

#### مقدمة :

من الواضح ، أن كل توزيع لا يخضع للارتباط الخطي أو معامل ارتباط العزوم . ولذلك ، فإنه في مثل هذه الحالات ، يجب على الباحث أن ينتقى طريقة مناسبة . وتثار بعض الأسباب عندما لا يكون لدى الباحث درجات أولا تتوافر لديه مقاييس دقيقة أو عندما يكون هناك فجوات حقيقية في البيانات التي تعوق ( أو تحول بين ) ترتيب البيانات في توزيع تكراري . في هذه الحالات ، فإن الباحث يختار إما أن يستخدم الترتيب Ranking أو أن يصنف المختبرين إلى فئات وصفية لتوضيح العلاقة .

وحساب الارتباط من البيانات المرتبة ، هو طريقة لا بارامترية أساسية لتحديد الارتباط ، الذي يفيد خاصة مدرّس الفصل ، هو حساب الارتباط من الترتيب المنظم . ويطلق على هذه الطريقة طريقة الفروق في الرتب .

ولقد حدد سيجل الاختبار اللابارامترى كالآتي :

« هو الاختبار الذي لا يحدد نموذجه شروطا معينة بشأن محددات المجتمع الذي تشتق منه العينة . وتتشترك بعض الافتراضات مع معظم الاختبارات الاحصائية للابارامترية ، بمعنى ، أن هذه الملاحظات تكون مستقلة وأن متغير الدراسة له استمرارية متضمنة ، لكن هذه الافتراضات تكون أضعف وأقل عن هذه الافتراضات المرتبطة بالاختبارات البارامترية . بالإضافة الى ذلك ، فإن

الاختبارات للابارامترية لا تتطلب قياسا قويا مثل ما يتطلبه الاختبارات للبارامترية ، وتستخدم معظم الاختبارات للابارامترية لبيانات في مقياس ترتيبي ، ويستخدم بعضها أيضا لبيانات في مقياس اسمي « ( ١ : ٦١٥ ) .

### معامل ارتباط الرتب :

يهدف هذا الارتباط الى قياس التغير الاقتراني القائم بين ترتيب الأفراد بالنسبة لصفة ، وترتيبهم بالنسبة لصفة أخرى . وتحدد درجة العلاقة بمقارنة رتب الأفراد على مقياسين مختلفين أو في حالتين مختلفتين . نمثلا ، يقارن أداء طلبة الفصل ( ١ ) على الاختبار رقم ( ١ ) ، ( ٢ ) لتحديد درجة العلاقة الموجودة بين أداء المقياسين . وتعتمد هذه الطريقة على مربعات فروق رتب كلا المقياسين . وتصلح هذه الطريقة في حالة العينات الصغيرة التي لا يزيد عددها عن ٥٠ فردا .

بالإضافة الى ذلك ، ممكن استخدام هذا المعامل كأساس مبدئي لتحديد اذا كانت توجد أى علاقة بين المتغيرات . ويمكن أن يستخدم أيضا بفعالية عندما لا تخضع المتغيرات نفسها لقياس خطي ، لكن ممكن ترتيبها . كان يحدد أيها الأول وأيها الثاني ، . . . وأيها الأخير . نمثلا ، اذا أردت مقارنة دراسة العادات مع الأداء في الرياضة ، ربما تكون الطريقة المناسبة أكثر لقياس العادات هو محاولة اعطاء رتب مبنية على الملاحظة ، أكثر من قياس هذا المتغير . ومع ذلك ، فكلما سبق أن فكرنا ، فانه لا ينصح باستخدام هذا المعامل مع الأعداد الكبيرة بسبب الجهود والوقت المستغرق ، ويستخدم بفعالية مع المجموعات الصغيرة .

ويحسب معامل ارتباط الرتب بمعادلة سبيرمان :

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} \quad \text{حيث } d \text{ هي الفرق بين رتب المتغيرين .}$$

وكلما كانت الفروق بين رتب القيم المتقابلة في المتغيرين كبيرا كلما قلت درجة الارتباط بين المتغيرين ، والعكس بالعكس .



ولايجاد معامل الارتباط بين رتب المتغيرين علينا أن نعتبر هذه الفروق مجتمعة ، الا أن الجمع الجبرى فى هذه الحالة يكون عديم القيمة حيث أن حاصل الجمع يكون دائما صفرا ، ولذلك نربع الفروق حتى نتخلص من الاشارات يجعلها جميعا موجبة .

ويوضح المثال التالى طريقة حساب معامل ارتباط الرتب لنسبهمان لمتغيرين :

الرقم	رتب الاختبار (أ)	رتب الاختبار (ب)	الفرق (ف)	مربع الفرق (ف <sup>٢</sup> )
أ	٥	٤	١	١
ب	٢	٢	صفر	صفر
ج	٣	١	٢	٤
د	١	٣	٢	٤
هـ	٤	٥	١	١
				١٠
				صفر

$$\therefore r = 1 - \frac{10 \times 6}{24 \times 5} = 1 - \frac{60}{120} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 0.5$$

مثال ٢ :

هذه درجات ٨ طالبات فى مادتين مختلفتين ، احسب معامل ارتباط الرتب :

مسلسل	درجة (م)	درجة (ن)	رتبة (م)	رتبة (ن)	ف	ف <sup>٢</sup>
١	٢٩	٢٦	١	٢	١	١
٢	٢٦	٢٨	٢	١	١	١
٣	٢١	١٨	٥	٦	١	١
٤	١٦	١٧	٨	٧	١	١
٥	٢٠	٢٣	٦	٤	٢	٤
٦	١٨	١٥	٧	٨	١	١
٧	٢٥	٢٢	٣	٥	٢	٤
٨	٢٣	٢٤	٤	٣	١	١
				٣٦	٣٦	١٤
				صفر	١٤	

$$84 = \frac{14 \times 7}{(1 - 74) 8} - 9 = 8 \therefore$$

وللتأكد من صحة وضع الرتب المقابلة للقيم المختلفة يمكن جمع الرتب في المتغيرين . للوسيلة المباشرة للتأكد من ذلك أن يكون مجموع الرتب واحدا لكل من المتغيرين .

فمن المثال السابق نجد أن مجموع الرتب في كلا المتغيرين = ٣٦ وزيادة على ذلك ، فإن مجموع الرتب في كل من المتغيرين ينبغي أن يكون مساويا  $\frac{n(n+1)}{2}$  حيث  $n$  عدد الأفراد .

$$\text{وفي المثال السابق } 36 = \frac{9 \times 8}{2} = \frac{(1+8) 8}{2}$$

ومن الملاحظ أن يجد الباحث حالات كثيرة تتكرر فيها الرتب في المتغير الواحد . كان توجد تيمتان تأخذان للرتبة ٣ ، وفي هذه الحالة يكون المتبع أن يعطى كل منهما ترتيبا متوسطا بين الرتبتين ٣ ، ٤ ، أي أن ترتيب كل منهما يصبح ٣.٥ ويكون ترتيب القيمة التالية لذلك هو ٥ .

وإذا اشتركت ٣ حالات في للترتيب ٥ أعطى كل منهم ترتيب متوسط بين ٥ ، ٦ ، ٧ أي  $6 = \frac{5+6+7}{3}$  وهكذا .

ونأخذ للقيمة التالية لذلك للترتيب ٨ .

**مثال ٣ :**

أوجد معامل ارتباط الرتب للمتغيرين التاليين :

درجۃ الاختيار الاول	درجۃ الاختيار الثاني	رتبه الاول	رتبه الثاني	ف	ف
١	١٥	٩	١٠	١	١
٢	٢٠	١١	٧	٢	٢
٣	١٨	٧	٨٥٥	١٠	٢٠٢٥
٤	٢٢	٢٢	٥٥٥	٥	٢٢٥
٥	٢٢	٢٥	٢	٢٥٥	٢٢٥
٦	٥٧	٢٥	١	٢٥٥	٢٠٢٥
٧	٤٨	١٨	٢	٦	٤٥
٨	٢٢	٢٢	٤	٢	٤
٩	١٨	١٧	٨٥٥	٧	٢٠٢٥
١٠	٢٢	٢٢	٥٥٥	١	٢٠٢٥

٥٢٥٥٠    ٨٥٥  
 ٨٥٥—  
 —————  
 صفر

$$٣٢٢٤ = ١ - \frac{٥٢٥٥ \times ٦}{٩٩ \times ١٠} = ٣٢٢٤ - ١ = ٣٢٢٣$$

مثال ٤ :

أوجد معامل ارتباط الرتب للمتغيرين التاليين :

المتغير الأول	المتغير الثاني	درجة	رتبة الأول	رتبة الثاني	ف	ف
١	٧٥	١٩	٢	٤	٢	٤
٢	٦٠	١٠	٤	٧	٣	٩
٣	٨٠	٢٥	١	٢٥	١٥	٢٢٥
٤	٥٥	٢٠	٦	١	٥	٢٥
٥	٤٠	٢٥	٨	٢٥	٥	٣٠
٦	٦٠	١٥	٤	٥	١٥	٢٢٥
٧	٤٥	١٥	٧	٥	١٥	٢٢٥
٨	٦٠	٦	٤	٨	٤	١٦
٩١						

$$\checkmark = 1 - \frac{91 \times 6}{63 \times 8} = 1 - 8.71 = -8.71$$

نستخلص مما سبق ، أن معامل الارتباط لجيرسون له عدد من الأسماء المختلفة ، تعتمد على أنواع البيانات التي أدخلت في المعادلة ، والجدول التالي يلخص هذه المعلومة :

جدول ( ٣ ) يوضح عائلة معاملات الارتباط بيرسون

اسم العامل	طبيعة المتغيرات
معامل بيرسون	( أ ) كل منهما متغير مسافة أو متغير نسبة مثال ( الطول ، والوزن ) .
الارتباط الثنائي Biserial Correlation	( ب ) أحد المتغيرين متغير مسافة أو نسبة ( مثال الدرجة الكلية للاختبار ) والآخر متغير ثنائي . ( مثال الدرجة على مفردة اختبار متعدد الاختيار ) .
معامل فاي	( ج ) كلا المتغيرين يكونا متغيرات ثنائية ( مثال ، درجة على كل من مفرقتين اختبار . متعدد الاختيار ) .
معامل ارتباط الرتب سبيرمان	( د ) كلاهما متغيرات ترتيبية ( حيث تكون الدرجات رتب ) .

وبدلنا اسم العامل على أنواع البيانات التي أدخلت في معادلة بيرسون .  
فمثلا ، إذا احتوى دليل الاختبار على معاملات فاي ، فإننا نتأكد أنه استخدم  
بيانات ثنائية فقط . وبالمثل ، إذا سجلت معامل لارتباط الرتب ، فإن المتغيرات  
موضع البحث قياست باستخدام طريقة الرتب .

تفسير معامل الارتباط :

لفرض أننا حصلنا على قياسات لمتغيرين وليكن الذكاء والابتكار لعينة  
عشوائية من الأفراد ، حيث التوزيع المتصل للمجتمع الأب للمتغيرين كان  
عشوائيا .

عندما نجد ارتباطا موجبا مثل  $r = ٩٠$  بين متغيرين مثل الذكاء  
والابتكارية ، فإننا نستخلص أنه بالنسبة لهذه العينة من الأفراد ، فإن  
الأفراد المرتقى الذكاء يميلون لأن يكونوا مرتقى الابتكارية . وأن الأفراد  
المنخفضي الذكاء يميلون لأن يكونوا منخفضي في الابتكارية .

أما إذا وجدنا ارتباطا مرتفعاً سالباً مثل  $r = -0.9$  فإننا نستنتج أنه بالنسبة لهذه العينة ، فإن الأفراد المرتفعي الذكاء يميلون لأن يكونوا منخفضي في الابتكارية ، والأفراد المنخفضي الذكاء يميلون لأن يكونوا مرتفعي في الابتكارية .

كذلك ، يدل معامل الارتباط ( $r$ ) لبيرسون يساوي  $r = 0.74$  على علاقة قوية نوعاً بين متغيري الرياضة ودرجات الهجاء . ويدل هذا ، على أن الطلبة الذين أدوا جيداً على اختبار الرياضة من المحتمل أيضاً أنهم أدوا جيداً على اختبار الهجاء . وحيث أن الارتباط لا يساوي واحد ( ١ ) ، فإننا لا نستطيع القول أن كل طالب درجته مرتفعة في الرياضة تكون درجته مرتفعة أيضاً في الهجاء . ويدل الارتباط  $r = 0.74$  على أن هناك بعض الاستثناءات ، لكن بصفة عامة فإن العلاقة يوثق بها . وهكذا ، فإنه بمعرفة درجة الطالب في الرياضة يسمح لنا بالتنبؤ بدرجةه في الهجاء . وحيث أن الارتباط قوى بدرجة معقولة فسوف تكون تنبؤاتنا صحيحة أكثر من أن تكون خاطئة . ومع أن الارتباط لا يتضمن تسببياً ، فإنه يسمح بتنبؤات دقيقة . نحن لا نستطيع أن نقول أن الفرد يكون جيد الهجاء لأن قدرته الرياضية مرتفعة ، لكننا نستطيع أن نقول ، أنه باعطاء معلومة عن قدرة الفرد الرياضية ، نستطيع التنبؤ بدرجة معقولة من الدقة ، عن قدرته في الهجاء .

أما عندما نجد ارتباطاً موجباً متوسطاً بين الذكاء والابتكار  $r = 0.35$  ، فإن التفسير يكون عندئذ غير واضح . لتفسير هذا الارتباط ربما نحتاج أن نأخذ نظرة أخرى لتوزيع الدرجات الخام على المتغيرين .

فمثلاً ، ممكن أن نصنف الأفراد كمرتفعي ومنخفضي الابتكار ثم نحدد نسبة الأفراد في كل فئة ابتكارية الذين يكونون داخل الفئات المختلفة على اختبار الذكاء . إذا قم هذا ، ربما نجد أن ٩٠٪ من الأشخاص المرتفعي الابتكار لهم درجات بين ١٢٠ — ١٦٠ على اختبارات الذكاء . أي أن الأشخاص المرتفعي الابتكار يميلون لأن يكونوا مرتفعي على الذكاء ، لكن الأشخاص المرتفعي الذكاء ليسوا مرتفعين على الابتكارية وربما يؤدي هذا لحساب الارتباط الموجب المتوسط (  $r$  ) =  $0.35$  .

ولذلك فإنه لتفسير (٧) • فربح معامل الارتباط ونحول النتيجة الى  
نسبة مئوية • وتقدير النسبة المئوية للتباين من التنبؤ بها من ص أو لتباين  
من التنبؤ بها Predictable من ص يسمى معامل التحديد •

والقيمة الناتجة تقبل لتفسير مثل النسبة المئوية لشرح التباين فمثلا ،  
إذا كانت  $r = 0.8$  . . . مربعها  $= 0.64$

$0.64 \times 100 = 64\%$  وتمثل هذه مقدار التغير في توزيع ص موضحا  
بالتغير ص ، والعكس صحيح •

وإذا كانت  $r = 0.9$  أي  $81\%$  من التباين في التوزيع أ سوف يشرح  
بالتقريب والعكس صحيح •

كذلك ارتباط  $r = 0.4$  يوضح  $16\%$  من التباين للمتغير ب مع ص ،  
بينما ارتباط  $r = 0.9$  يعبر عن  $81\%$  من التباين •

### مثال آخر:

نفرض أن الارتباط بين قدرة القراءة ومتوسط الدخل الصفوي للفرد هو  
٠.٦ . فهذا يعني أن (٠.٦) أو  $36\%$  من إمكانية الدخل بالنسبة للفرد ممكن  
أن يوضح على أساس الفروق المقاسة في قدرة القراءة والعكس صحيح •

### الخلاصة:

درسنا في هذا الفصل عددا من معاملات الارتباط ولكل منها حالات  
خاصة يفضل دون غيره • فمثلا ، من أهم هذه المعاملات وأكثرها شيوعا  
وأحدثها جميعا هو معامل ارتباط بيرسون ، فهو يتأثر بجميع القيم المغطاة كما  
أنه يدخل ضمن عمليات ومعاملات إحصائية أخرى ، إلا أنه يجب التأكد من  
شرطين أساسيين عند استخدامه وهما :

١ — أن يكون التوزيع العام للمتغيرين اعتداليا ، أي ينبغي أن لا يكون  
انحراف للتوزيع عن الاعتدالي ذا دلالة إحصائية •

٢ — أن تكون العلاقة بين المتغيرين مستقيمة •

ويستخدم معامل الارتباط الرتب لسبيرمان اذا كان الحصول على الرتب المختلفة لأفراد العينة أكثر دقة من اعطاء كل فرد قيمة خاصة . وطريقة حسابه سهلة وسريعة ، إلا اذا زاد تكرار الترتيب وكبر عدد أفراد العينة . ولذلك يفضل استخدامه في حالة العينات الصغيرة .

وتستخدم معامل الارتباط اللثنائي اذا قسم أحد المتغيرين الى أكثر من فئتين وتسم الآخر تقسيما متصلا متدرجا .

أما اذا قسم كل من المتغيرين الى فئتين ، فإنه يستخدم حينئذ معامل الارتباط الرباعي .

وكما سبق أن ذكرنا فإن استخدام كل من معامل الارتباط اللثنائي والرباعي مؤسس على افتراض أن كلا من المتغيرين يتغير تغيرا مستمرا ، وأن الاختصار على فئتين فقط لا يغير من هذا الافتراض ، وإنما قصد به التغلب على صعوبة الحصول على تقسيم أكثر دقة .

أما اذا اشتمل البحث على متغيرات متميزة منفصلة بعضها عن بعض فلا يستخدم للعاملان السابقان ( اللثنائي والرباعي ) ، إنما يستخدم معامل فاي .

وعند تفسير معامل الارتباط يجب أن نراعى أن وجود الترابط لا يدل على أن أحد العاملين سبب العامل الآخر أو نتيجة له . كذلك تنطبق قيمة معامل الارتباط لدرجة كبيرة بالعينة ، فليس هناك معامل ارتباط مطلق بل هو نسبي دائما ومرتبطة بصفات العينة .

أيضا كلما اختلفت للقيم في العينة اختلافا كبيرا كلما كانت قيمة معامل الارتباط أكثر ارتفاعا ، بينما اذا تقاربت العينة في الصفتين المطلوب إيجاد العلاقة بينهما كلما صغرت قيمة معامل الارتباط .



تساويين :

- ١ — فيما يلي درجات ١٢ طالبا في اختبار الذكاء لستانفورد بنيه ،  
واختبار التحصيل ، باستخدام معامل ارتباط الرتب .

درجات اختبار الذكاء

١٢٠ ١١٢ ١١٠ ١٢٠ ١٠٣ ١٢٦ ١١٣ ١١٤ ١٠٦ ١٠٨ ١٢٨ ١٠٩

درجات اختبار التحصيل

٢١ ٢٥ ١٩ ٢٤ ١٧ ٢٨ ١٨ ٢٠ ١٦ ١٥ ٢٧ ١٩

- ٢ — هذه درجات ١٢ طالبة في مادتين مختلفتين — احسب معامل  
ارتباط الرتب :

الدرجة في المادة الأولى

٢٠ ١٩ ١٥ ٣١ ٢٤ ٢٠ ٢٢ ٢٢ ٢١ ٢١ ١٨ ٢٦

الدرجة في المادة الثانية

٢٦ ٢١ ١٦ ٢٦ ٢٥ ٢٠ ١٨ ٢٣ ٢٦ ١٨ ٢٠ ٢٨

- ٣ — اوجد معامل ارتباط الرتب بين مادتي اللغة العربية والحساب  
لدرجات عشر طالبات التالية :

الدرجة في مادة اللغة العربية

٣٣ ١٥ ٤٧ ٢٣ ٢٤ ٤٢ ٢٥ ٢٠ ٣٦ ٤٤

الدرجة في مادة الحساب

٤٥ ٢٠ ٤٠ ٣٧ ٢٠ ٣٢ ٣٤ ٢٥ ٢٥ ٤١

- ٤ — فيما يلي أطوال ٢٠ شخصا وأوزانهم . والمطلوب ايجاد معامل  
ارتباط الرتب بين الطول والوزن لهذه الحالات .

الطول بالسنتيمتر

١٦ ١٧٥ ١٦٥ ١٦٧ ١٦٦ ١٧٢ ١٩٠ ١٦٩ ١٧٢ ١٨١ ١٨٧ ١٧٥ ١٧٢ ١٦٦

الوزن

٦٨ ٦٥ ٦٢ ٧٧ ٧٧ ٨٠ ٨١ ٧٢ ٦٨ ٩٠ ٨١ ٦٧ ٨٠ ٦٧

الطول	١٧٠	١٩٢	١٨٥	١٨١	١٨٥	١٩٠
الوزن	٨٠	٨٥	٩١	٩٠	٨٥	٨٠

٥ — احسب معامل ارتباط بيرسون لدرجات الـ ٨ طالبات في الاختبارين التاليين : —

الاختبار الأول	٢٩	٢٦	٢١	١٦	٣٠	٤٠	٣٥	٢٧
الاختبار الثاني	٢٦	٣٠	١٨	٣٥	٢٢	٤٠	٢٨	٣٢

٦ — هذه درجات ١٠ طالبات في اختبارين مختلفين . اوجد معامل ارتباط بيرسون .

الاختبار الأول	٢٥	٤٢	٣٥	٢٧	١٥	٢٤	٤٣	٥٣	٤٧	٢٩
الاختبار الثاني	٢٢	٢٧	٤٥	٣٥	٢٣	٣٠	٢٢	٤٤	٤٥	٢٧

٧ — اوجد قيمة معامل الارتباط للبيانات التالية :

س	٨٠	٩٦	١٠٥	١٢١	٩٣	٩٩	١٠٧	١١٩	١٠٣	١٠٢	١١٥	٨٧
ص	٨٣	٩٨	١٠١	١١٧	١٠٠	٩٦	١١٢	١٢٣	٩٩	١١٠	١١٠	٨١

٨ — اوجد قيمة معامل ارتباط للرتب للدرجات التالية :

س	٨٥	٨٨	٩٠	٩٦	٩٨	١٠٠	١١٠	١١٨	١٢٢	١٤٠
ص	٨٨	٨٥	٩٣	٩٢	٩٨	١٠٠	١١٤	١١٣	١٣٠	١٤٢

٩ — اوجد قيمة معامل ارتباط للرتب للدرجات التالية : —

س	٨٨	٨٥	٩٣	٩٢	٩٨	١٠٠	١١٤	١١٣	١٣٠	١٤٢
ص	١٨	٢١	١٩	٢٥	٢٣	٢٢	٢٧	٢٢	٢٩	٢٥

١٠- احسب معامل الارتباط لبيانات المجموعة ( أ ) ، وكذلك لبيانات المجموعة (ب) وفسر لماذا تختلف قيمة معامل الارتباط ؟

بيانات المجموعة ( أ ) :

س	٨٠	١٠٥	١٢١	٩٣	٩٩	١٠٧	١١٩	١٠٣	١٠٢	١١٥	٨٧	٩٦
ص	٨٣	١٠١	١١٧	١٠٠	٩٦	١١٢	١٢٣	٩٩	١١٠	١١٠	٨١	٩٨

بيانات المجموعة (ب) :

س	٩٦	١١١	٨٩	١٠٧	١٠٢	١١٥	٩٨	٨٣	١٠٤	١٠٠	١١٧	٩٤
ص	١٠٤	١٢١	٨٤	٩١	١١٤	٩٦	١٠٩	٩٤	١١٦	٨٦	١٠١	٩٩

١١- أوجد معامل الارتباط بين درجات منتصف العام ودرجات نهاية العام .

درجات منتصف العام	٧٥	٨٢	٦٤	٩٧	٨٦	٦٨	٨٢	٩١	٩٣	٨٨	٨٦	٨٤
درجات نهاية العام	٨٠	٧٥	٦٣	١٠٠	٩٤	٧٥	٩٦	٩٥	٩٤	٩٢	٩٣	٨٧

١٢- أوجد معامل الارتباط بين درجات الامتحان وعدد ساعات المذاكرة كما يوضحها الجدول الآتي :

درجة الامتحان	٤٠	٤٦	٣٥	٢٤	٣٣	٣٤	٤٢	٤٩	٢٧	٤٠
عدد ساعات المذاكرة	١٠	٩	١١	٥	٨	٦	٨	١٥	٧	١٠

١٣- أوجد قيمة معامل الارتباط للبيانات التالية : —

س	١٠٠	٩٠	١٢٦	١١٢	٨٠	١١٥	١٠٥	١١٠	٩٩	٩٧	٨٧	٧٦	١٠٠	٨٠	١٢٠
ص	٢٨	١٩	٢٥	٢٤	٢٣	٢١	٢٧	٢٥	٢٦	٢٥	٢٣	٢٣	٢٩	٢٠	١٨

١٤- أوجد معامل الارتباط للدرجات الآتية :

س	٤	١٢	٢	٥	٩	٦	٢	١٠	٦	٩
ص	٦	١٠	٣	٤	٥	١٠	٣	١٠	٩	١٠

## المراجع

- 1 — Garrison Karl C. and Magoon Robert A.  
Educational Psychology : An Integration of Psychology and Educational Practices, Ohio : Charles E. Merrill, 1972.
- 2 — Glass Gene V. and Stanley Jullanc.  
Statistical methods in Education and Psychology, New Jersey : Prentice - Hall, 1970.
- 3 — Lemk Elmer and Wiersma William.  
Principles of psychological measurement, Chicago : Rand Mc Nally, 1976.
- 4 — Lynch Mervin D. and Huntsberger. David V.  
Elements of Statical inference for education and Psychology, London : Allyn and Bacon, 1976.
- 5 — Martuza Victor R.  
Applying Norm - Referenced and Criterion - Referenced Measurement in Education, london : Allyn and Bacon, 1977.
- 6 — McNEMAR, QUINN.  
Psychological Statistics, 4th ed. New york : John Wiley 1969.
- 7 — Sprinthall Richard C. and Sprinthall Norman.  
Educational Psychology Adevelopmental Approach, 2nd ed. London : Addison - Wesley, 1977.



# الإحصاء الوصفي

في العلوم النفسية والتربوية

ISBN 977-05-1992-8



9

7 8 9 7 / 0 5 1 9 9 2 9



مكتبة الأنجلو المصرية

THE ANGLO-EGYPTIAN BOOKSHOP

The World of Words & Thoughts

[www.anglo-egyptian.com](http://www.anglo-egyptian.com)

